平成23年度入学試験問題

数　学（理系）

200点満点

≪配点は，学生募集要項に記載のとおり．≫

（注　意）

1. 問題冊子および解答冊子は係員の指示があるまで開かないこと．
2. 解答冊子は表紙のほかに16ページある．
3. 問題は全部で6題ある（1ページから2ページ）．
4. 筆答開始後，解答冊子の表紙所定欄に学部名・受験番号・氏名をはっきり記入すること．表紙にはこれら以外のことを書いてはならない．
5. 解答は解答冊子の指定された解答用ページに書くこと．ただし，続き方をはっきり示して計算用ページに解答の続きを書いてもよい．この場合に限って計算用ページに書かれているものを解答の一部として採点する．それ以外の場合，計算用ページは採点の対象としない．
6. 解答のための下書き，計算などは，計算用ページに書くこと．
7. 解答に関係のないことを書いた答案は，無効にすることがある．
8. 解答冊子は，どのページも切り離してはならない．
9. 問題冊子は持ち帰ってもよいが，解答冊子は持ち帰ってはならない．

1

(35 点)

次の各問に答えよ.

(1) 箱の中に，1から9までの番号を1つずつ書いた9枚のカードが入っている．ただし，異なるカードには異なる番号が書かれているものとする．この箱から2枚のカードを同時に選び，小さいほうの数をXとする．これらのカードを箱に戻して，再び2枚のカードを同時に選び，小さいほうの数をYとする．$X=Y$である確率を求めよ.

(2) 定積分$\displaystyle\int_0^{\frac{1}{2}}(x+1)\sqrt{1-2x^2}\,dx$を求めよ.

2

(35 点)

a，b，cを実数とし，Oを原点とする座標平面上において，行列$\begin{pmatrix} a & 1 \\ b & c \end{pmatrix}$によって表される1次変換を$T$とする．この1次変換$T$が2つの条件

(i) 点(1，2)を点(1，2)に移す

(ii) 点(1，0)と点(0，1)がTによって点A，Bにそれぞれ移るとき，△OABの面積が$\dfrac{1}{2}$である

を満たすとき，a，b，cを求めよ.

3

(30 点)

xy平面上で，$y=x$のグラフと$y=\left|\dfrac{3}{4}x^2-3\right|-2$のグラフによって囲まれる図形の面積を求めよ.

4 (30 点)

n は 2 以上の整数であり，$\frac{1}{2} < a_j < 1$ $(j = 1, 2, \cdots, n)$ であるとき，不等式

$$(1 - a_1)(1 - a_2)\cdots(1 - a_n) > 1 - \left(a_1 + \frac{a_2}{2} + \cdots + \frac{a_n}{2^{n-1}}\right)$$

が成立することを示せ.

5 (35 点)

xyz 空間で，原点 O を中心とする半径 $\sqrt{6}$ の球面 S と 3 点 $(4, 0, 0)$，$(0, 4, 0)$，$(0, 0, 4)$ を通る平面 α が共有点を持つことを示し，点 (x, y, z) がその共有点全体の集合を動くとき，積 xyz が取り得る値の範囲を求めよ.

6 (35 点)

空間内に四面体 ABCD を考える．このとき，4 つの頂点 A，B，C，D を同時に通る球面が存在することを示せ.

問題は，このページで終わりである.