H—27 Ⓐ

数　　学

(数Ⅰ，数Ⅱ，数Ⅲ，数A，数B)

9：00〜11：00

注　　意

1. 試験開始の合図があるまで，この問題紙を開いてはならない。
2. 問題紙は3ページある。
3. 解答用紙は

解答用紙番号	
数学0—1	(問$\boxed{1}$用)，
数学0—2	(問$\boxed{2}$用)，
数学0—3	(問$\boxed{3}$用)，
数学0—4	(問$\boxed{4}$用)，
数学0—5	(問$\boxed{5}$用)の5枚である。

4. 解答用紙は5枚とも全部必ず提出せよ。
5. **受験番号および座席番号(上下2箇所)は，監督者の指示に従って，すべての解答用紙の指定された箇所に必ず記入せよ。**
6. 各問に対する解答は，それぞれ3で指定された解答用紙に記入せよ。ただし，裏面を使用してはならない。
7. 必要以外のことを解答用紙に書いてはならない。
8. 問題紙の余白は下書きに使用してもさしつかえない。
9. 問題紙・下書き用紙は回収しない。

解答上の注意

採点時には，結果を導く過程を重視するので，必要な計算・論証・説明などを省かずに解答せよ。

◇M10(188—98)

1 aは実数とし，２つの曲線

$$C_1 : y = (x-1)e^x,\ C_2 : y = \frac{1}{2e}x^2 + a$$

がある。ただし，eは自然対数の底である。C_1上の点$(t,\ (t-1)e^t)$におけるC_1の接線がC_2に接するとする。

(1) aをtで表せ。

(2) tが実数全体を動くとき，aの極小値，およびそのときのtの値を求めよ。

2 p，qは正の実数とし，$a_1 = 0$，$a_{n+1} = pa_n + (-q)^{n+1}$　$(n = 1, 2, 3, \cdots)$によって定まる数列$\{a_n\}$がある。

(1) $b_n = \dfrac{a_n}{p^n}$とする。数列$\{b_n\}$の一般項をp，q，nで表せ。

(2) $q = 1$とする。すべての自然数nについて$a_{n+1} \geqq a_n$となるようなpの値の範囲を求めよ。

3 空間の３点O(０，０，０)，A(１，１，１)，B(－１，１，１)の定める平面をαとし，$\overrightarrow{\mathrm{OA}} = \vec{a}$，$\overrightarrow{\mathrm{OB}} = \vec{b}$とおく。$\alpha$上の点Cがあり，その$x$座標が正であるとする。ベクトル$\overrightarrow{\mathrm{OC}}$が$\vec{a}$に垂直で，大きさが１であるとする。$\overrightarrow{\mathrm{OC}} = \vec{c}$とおく。

(1) Cの座標を求めよ。

(2) $\vec{b} = s\vec{a} + t\vec{c}$をみたす実数$s$，$t$を求めよ。

(3) α上にない点P$(x,\ y,\ z)$からαに垂線を下ろし，αとの交点をHとする。$\overrightarrow{\mathrm{OH}} = k\vec{a} + l\vec{c}$をみたす実数$k$，$l$を$x$，$y$，$z$で表せ。

4 初めに赤玉 2 個と白玉 2 個が入った袋がある。その袋に対して以下の試行を繰り返す。

(i) まず同時に 2 個の玉を取り出す。

(ii) その 2 個の玉が同色であればそのまま袋に戻し，色違いであれば赤玉 2 個を袋に入れる。

(iii) 最後に白玉 1 個を袋に追加してかき混ぜ，1 回の試行を終える。

n 回目の試行が終わった時点での袋の中の赤玉の個数を X_n とする。

(1) $X_1 = 3$ となる確率を求めよ。

(2) $X_2 = 3$ となる確率を求めよ。

(3) $X_2 = 3$ であったとき，$X_1 = 3$ である条件付き確率を求めよ。

5 n は自然数，a は $a > \dfrac{3}{2}$ をみたす実数とし，実数 x の関数

$$f(x) = \int_0^x (x - \theta)(a \sin^{n+1}\theta - \sin^{n-1}\theta)\,d\theta$$

を考える。ただし，$n = 1$ のときは $\sin^{n-1}\theta = 1$ とする。

(1) $\displaystyle\int_0^{\frac{\pi}{2}} \sin^{n+1}\theta\,d\theta = \frac{n}{n+1}\int_0^{\frac{\pi}{2}} \sin^{n-1}\theta\,d\theta$ を示せ。

(2) $f'\left(\dfrac{\pi}{2}\right) = 0$ をみたす n と a の値を求めよ。

(3) (2)で求めた n と a に対して，$f\left(\dfrac{\pi}{2}\right)$ を求めよ。