（一般前期）

# 平成２４年度入学試験問題

## 数　学

**注意事項**

1．問題は、指示があるまで開かない。
2．解答は必ず別に配布する解答用紙に記入すること。

# （前期）　平成24年度入学試験　**数　学**（問題用紙）

◎ 問題は3問です。解答はすべて解答用紙に記入すること。

**1**　関数 $f(x)$ が，すべての実数 $x$ に対して　$f(x) = 2x^2 - 14x + \int_0^3 f(x)\,dx$　をみたしているとき

(1)　$\int_0^3 f(x)\,dx =$ [ア] である。

(2)　方程式 $f(x)=0$ の解 $x_1$，$x_2$ $(x_1 < x_2)$ の値は，$x_1 =$ [イ]，$x_2 =$ [ウ] である。

(3)　$a$ を $a \geqq 0$ をみたす実数とし，区間 $a \leqq x \leqq a+1$ における $f(x)$ の最小値と最大値を，$a$ の関数として，それぞれ，$m(a)$，$M(a)$ とする。このとき

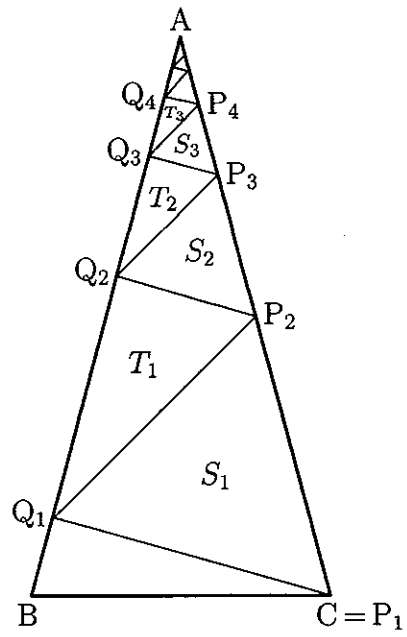
$m(a)$ が一定値となる $a$ の区間は [エ] $\leqq a \leqq$ [オ] であり，この区間で $m(a) =$ [カ] である。

また，$M(a) \leqq 6$ をみたす $a$ の区間は [キ] $\leqq a \leqq$ [ク] である。

**2**　$\angle A=30°$，$AB=AC=4$　をみたす $\triangle ABC$ において，点 C を点 $P_1$ として，$\triangle P_1Q_1P_2$ が正三角形になるように，辺 AB 上に点 $Q_1$，辺 AC 上に点 $P_2$ をとる。

次に，図のように，$\triangle P_2Q_2P_3$ が正三角形になるように，辺 AB 上に点 $Q_2$，辺 AC 上に点 $P_3$ をとる。以下同様にして，$\triangle P_nQ_nP_{n+1}$ が正三角形になるように，辺 AB 上に点 $Q_n$，辺 AC 上に点 $P_{n+1}$ をとる。$(n = 1, 2, 3, \cdots)$

$\triangle P_nQ_nP_{n+1}$ の面積を $S_n$，$\triangle Q_nP_{n+1}Q_{n+1}$ の面積を $T_n$ とする。




(1)　BC と $P_1P_2$ の長さを，二重根号を用いない形で求めよ。

(2)　$S_1$，$T_1$ の値を求めよ。

(3)　$S_n$ を $n$ を用いて表せ。また，$S_n < \dfrac{1}{1000}$ をみたす最小の $n$ の値を求めよ。

(4)　$T_n$ を $n$ を用いて表せ。また，和 $\sum_{n=1}^{5} T_n$ の値を求めよ。

**3**　$p$ を実数の定数として，実数 $x$ の関数を　$f(x) = 25^x + \dfrac{1}{25^x} + 2p\left(5^x + \dfrac{1}{5^x} - 1\right) + 7$　とする。

$t = 5^x + \dfrac{1}{5^x}$ とおき，$f(x)$ を $t$ で表した関数を $g(t)$ とおく。

(1)　関数 $g(t)$ を求めよ。

(2)　方程式 $g(t)=0$ が実数解を1個もつとき，$p$ の値と解 $t$ の値を求めよ。

(3)　方程式 $g(t)=0$ が次の条件をみたす2個の実数解 $t_1, t_2$ をもつとき，$p$ がとりうる値の範囲をそれぞれ求めよ。

a)　$t_1 < 2$，$t_2 > 2$　　b)　$t_1 = 2$，$t_2 > 2$　　c)　$2 < t_1 < t_2$　　d)　$t_1 < t_2 < 2$

(4)　$t$ を定数とみなし $t = 5^x + \dfrac{1}{5^x}$ を $x$ の方程式とみなして，方程式 $t = 5^x + \dfrac{1}{5^x}$ が異なる2つの実数解 $x$ をもつように $t$ の値を定めるとき，$t$ がとりうる値の範囲を求めよ。

(5)　方程式 $f(x)=0$ の異なる実数解 $x$ の個数を，$p$ の値で場合分けして求めよ。