平成 26 年度入学者選抜試験問題

医学部医学科

数　　学

前　期　日　程

注　意　事　項

1　試験開始の合図があるまで，この問題冊子の中を見てはいけません.

2　解答用紙４枚と下書き用紙４枚は問題冊子とは別になっています.

3　問題は「第１問」,「第２問」,「第３問」,「第４問」の４問です.

4　問題の解答を，それぞれ対応した番号の解答用紙に書きなさい.

5　試験中に問題冊子の印刷不鮮明・落丁・乱丁，解答用紙の汚れなどに気が付いた場合は，手を挙げて監督者に知らせてください.

6　監督者の指示にしたがって，４枚の解答用紙それぞれに**学部名**と**大学受験番号**を正しく記入しなさい. **学部名**と**大学受験番号**が正しく記入されていない場合は，採点されないことがあります.

7　定規は，使用してもかまいません.

8　試験終了後，問題冊子と下書き用紙は持ち帰ってください.

第１問

数直線上に点Ｐがあり，最初は原点に位置している．点Ｐを次の試行にしたがって数直線上を動かす．

(i) 赤い玉が２個，白い玉が１個入った袋から玉を１個取り出す．

(ii) 取り出した玉の色が赤ならば，点Ｐを正の向きに１だけ動かす．

(iii) 取り出した玉の色が白ならば，点Ｐを負の向きに１だけ動かす．

(iv) 取り出した玉は袋に戻す．

このとき，次の問に答えよ．

(1) この試行を２回くりかえしたとき，点Ｐの座標の期待値を求めよ．

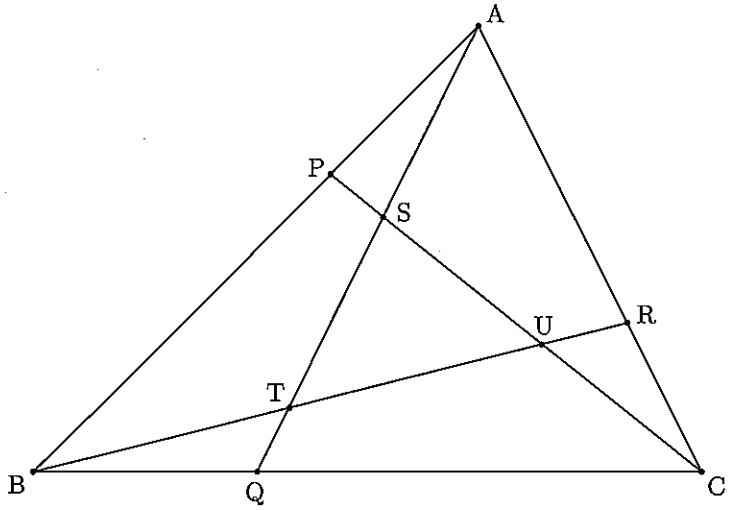
(2) 試行の回数が４回以内で，点Ｐの座標が２になる確率を求めよ．

(3) 試行を n 回行っても点Ｐの座標が１度も -2 にも２にもならない確率を求めよ．

(4) 試行を n 回行うとき，点Ｐの座標が１度も -2 にならず，ちょうど n 回目に初めて２になる確率を求めよ．

第２問

三角形 ABC の各辺 AB, BC, CA を 1 : 2 に内分する点をそれぞれ P, Q, R とする. AQ と CP の交点を S, BR と AQ の交点を T, CP と BR の交点を U とする. $\overrightarrow{AB} = \vec{b}$, $\overrightarrow{AC} = \vec{c}$ とするとき, 次の問に答えよ.



(1) $\overrightarrow{AQ}$ を $\vec{b}$, $\vec{c}$ を用いて表せ.

(2) 点 Q を通り辺 AC と平行な直線と, BR の交点を V とするとき, $\overrightarrow{VQ}$ を $\vec{c}$ を用いて表せ.

(3) $\overrightarrow{AT}$ を $\vec{b}$, $\vec{c}$ を用いて表せ.

(4) $\overrightarrow{AS}$ を $\vec{b}$, $\vec{c}$ を用いて表せ.

(5) $|\vec{b}| = 1$, $|\vec{c}| = \sqrt{3}$, $\angle BAC = 90^\circ$ であるとき, $|\overrightarrow{ST}|$, $|\overrightarrow{SU}|$, $\angle TSU$ および三角形 STU の面積を求めよ.

第３問

関数 $f(x)$ を $f(x)=\displaystyle\int_0^{\frac{\pi}{2}}|x-2t|\sin t\,dt$ で定める $(0 \leqq x \leqq \pi)$.

次の問に答えよ.

(1) 次の不定積分を求めよ. ただし, $a>0$ とする.

$$\int t\sin at\,dt,\quad \int \sin^2\frac{t}{2}\,dt.$$

(2) $f(x)$ の最小値を求め, そのときの x の値を求めよ.

(3) 曲線 $y=f(x)-f(0)$ と x 軸および直線 $x=\pi$ で囲まれた図形を x 軸のまわりに回転して得られる回転体の体積 V を求めよ.

第４問

行列 $A = \begin{pmatrix} 7 & -4 \\ 5 & -2 \end{pmatrix}$ について，次の問に答えよ．ただし，n は自然数とする．

(1)　$P = \begin{pmatrix} 4 & 1 \\ 5 & 1 \end{pmatrix}$ とするとき，$P^{-1}AP$ を求めよ．

(2)　A^n を求めよ．

(3)　数列 $\{a_n\}$ を漸化式 $a_1 = 2,\ a_{n+1} = \dfrac{7a_n - 4}{5a_n - 2}$ で定める．

(i)　$A^n = \begin{pmatrix} p_n & q_n \\ r_n & s_n \end{pmatrix}$ とおくとき，$A^{n+1} = AA^n$ であることと数学的帰納法を用いて $a_{n+1} = \dfrac{2p_n + q_n}{2r_n + s_n}$ が成り立つことを示せ．

(ii)　数列 $\{a_n\}$ の一般項を求めよ．