

'15

前期日程

数 学 問 題

(医 学 部)

注 意 事 項

1. 試験開始の合図があるまで、この『数学問題』を開いてはいけません。
2. この中には問題文を含む5枚の解答用紙と2枚の計算用紙があります。試験開始後、問題に落丁、乱丁、印刷不鮮明の箇所があった場合は申し出てください。
3. 受験番号および氏名とふりがなは、すべての解答用紙の所定の欄に必ず記入してください。
4. 5枚の解答用紙のみを回収しますので、この表紙と2枚の計算用紙は持ち帰ってください。
5. 解答用紙の裏面は計算等の下書きに使用しても構いませんが、解答は各問題の下の解答欄に書き、裏面は解答に使用しないでください。解答用紙の裏面に解答してもその部分は採点しません。

計算用紙 (1)

計算用紙 (2)

数 学

ふりがな	
氏名	

医 1

受験 番号	
----------	--

- 1 \vec{a}, \vec{b} を単位ベクトルとし, $\vec{c} = \vec{a} + \vec{b}$, $\vec{d} = -\vec{a} + 2\vec{b}$ とおく。 \vec{a} と \vec{b} のなす角と \vec{c} と \vec{d} のなす角がともに θ であるとき, θ を求めよ。ただし $0^\circ < \theta < 180^\circ$ とする。

[解答欄]

得点	
----	--

数 学

ふりがな	
氏名	

医 2

受験 番号	
----------	--

- 2 x, y, z は正の数で $x + y + z = \frac{1}{x} + \frac{1}{y} + \frac{1}{z} = 4$ を満たす。
- (1) $x + y = a, xy = b$ とおくとき, a, b を z を用いて表せ。
- (2) z のとりうる値の範囲を求めよ。

[解答欄]

得点	
----	--

数 学

ふりがな	
氏名	

医 3

受験 番号	
----------	--

3 a を定数, e を自然対数の底とし, $f(x) = (a - x^2)e^{-\frac{x^2}{2}}$ とおく。

(1) $x > 0$ のとき, 不等式 $e^x > 1 + x + \frac{x^2}{2}$ が成り立つことを証明せよ。これを用いて $\lim_{x \rightarrow \infty} f(x) = 0$ を示せ。

(2) 関数 $f(x)$ が $-1 < x < 2$ においてちょうど2個の極値をもつように, 定数 a の値の範囲を定めよ。

(3) a は (2) で定めた範囲にあるとする。区間 $(-\infty, \infty)$ における $f(x)$ の最大値と最小値を求めよ。

[解答欄]

得 点	
--------	--

数 学

ふりがな	
氏名	

医 4

受験 番号	
----------	--

- 4 (1) 数列 $\{a_n\}$ の一般項が $a_n = \frac{3}{2} \cdot (-1)^n + \frac{5}{2}$ で与えられるとき、無限級数 $\sum_{n=1}^{\infty} \frac{a_n}{7^n}$ の和を求めよ。
- (2) すべての自然数 n に対して b_n は $0 \leq b_n \leq 6$ を満たす整数で、 $\sum_{n=1}^{\infty} \frac{b_n}{7^n} = \frac{3}{8}$ が成り立つ。このとき b_1, b_2, b_3 を求め、さらに数列 $\{b_n\}$ の一般項を求めよ。

[解答欄]

得 点	
--------	--

数 学

ふりがな	
氏名	

医 5

受験 番号	
----------	--

5

すべての実数 x において、関数 $f(x)$ は微分可能で、その導関数 $f'(x)$ は連続とする。 $f(x)$, $f'(x)$ が等式

$$\int_0^x \sqrt{1 + (f'(t))^2} dt = -e^{-x} + f(x)$$

を満たすとき、以下の問いに答えよ。

- (1) $f(x)$ を求めよ。
- (2) 曲線 $y = f(x)$ と直線 $x = 1$ 、および x 軸、 y 軸で囲まれた部分を、 y 軸の周りに 1 回転させてできる立体の体積を求めよ。

[解答欄]

得 点	
--------	--