平成27年度入学試験問題(前期)

数　　学

新教育課程：数学Ⅰ・数学Ⅱ・数学Ⅲ・数学A・数学B
旧教育課程：数学Ⅰ・数学Ⅱ・数学Ⅲ・数学A・数学B・数学C

注意事項

1. 試験開始の合図があるまで，この問題冊子を開いて見てはならない。
2. 本冊子には，4から7までの4問題が印刷されていて，合計2ページである。落丁，乱丁，印刷の不鮮明な箇所等がある場合には申し出ること。
3. 解答用紙を別に配付している。解答は，問題と同じ番号の解答用紙に記入すること。なお，解答用紙の裏面に記入してはならない。解答用紙の裏面に記入した内容は採点されないので注意すること。
4. 各学部・学科・課程・専攻・専修等で課す問題は下に表示する。

   教育学部学校教育教員養成課程教科教育専攻算数・数学専修 4，5，6

   教育学部学校教育教員養成課程教科教育専攻理科専修 4，5，6

   教育学部学校教育教員養成課程教科教育専攻技術専修 4，5，6

   医学部医学科 4，5，6

   医学部保健学科放射線技術科学専攻 4，5，6

   理工学部数理科学科 4，5，6，7

   理工学部物理科学科 4，5，6

   理工学部物質創成化学科 4，5，6

   理工学部地球環境学科 4，5，6

   理工学部電子情報工学科 4，5，6

   理工学部知能機械工学科 4，5，6
5. 解答用紙の指定された欄に学部名及び受験番号を記入すること。
6. 提出した解答用紙以外はすべて持ち帰ること。

4 次の問いに答えよ。

(1) a を実数とする。$\int_0^{\pi} \sin^2 ax\,dx$ を a を用いて表せ。

(2) 関数 $f(x)=\dfrac{\log x}{x}$ の増減を調べ，2つの数 59^{61}，61^{59} の大小関係を決定せよ。

(3) $\lim_{k\to\infty} k^2\int_1^{e^{\frac{1}{k}}} \dfrac{\log x}{x^k}\,dx$ を求めよ。ただし，k は自然数を動くものとする。

5 次の問いに答えよ。

(1) $r>0$ を定数とする。点 $(x,\ y)$ が楕円 $4x^2+y^2=r^2$ 上を動くとき，$6x+4y$ のとり得る値の範囲を求めよ。

(2) x，y がすべての実数値をとるとき，$\dfrac{6x+4y+5}{4x^2+y^2+15}$ の最大値と最小値を求めよ。

6 次の問いに答えよ。

(1) $0 \leqq x \leqq \dfrac{1}{2}$ のとき，次の不等式が成り立つことを示せ。

$$-x^2 - x \leqq \log(1-x) \leqq -x$$

(2) 数列 $\{a_n\}$ を次によって定める。

$$a_1 = \left(1 - \frac{1}{2 \cdot 1^2}\right)$$

$$a_2 = \left(1 - \frac{1}{2 \cdot 2^2}\right)\left(1 - \frac{2}{2 \cdot 2^2}\right)$$

$$\vdots$$

$$a_n = \left(1 - \frac{1}{2n^2}\right)\left(1 - \frac{2}{2n^2}\right)\cdots\left(1 - \frac{n}{2n^2}\right)$$

このとき，極限 $\lim_{n \to \infty} a_n$ を求めよ。

7 xy 平面において，曲線 $C : x^2 + y^2 = 1$ $(x \geqq 0,\ y \geqq 0)$，および直線 $\ell : y = (\tan\theta)x$ を考える。ただし，θ は $0 < \theta < \dfrac{\pi}{2}$ をみたす定数とする。

S_1，S_2，S_3 を次によって定める。

S_1 : y 軸，曲線 C，直線 ℓ で囲まれた部分の面積

S_2 : x 軸，曲線 C，直線 $x = \cos\theta$ で囲まれた部分の面積

S_3 : x 軸，直線 ℓ，直線 $x = \cos\theta$ で囲まれた部分の面積

次の問いに答えよ。

(1) S_1 および S_2 を θ を用いて表せ。

(2) $S_1 = S_2$ となる θ が存在することを示せ。

(3) $S_1 = S_2 = S_3$ となる θ は存在しないことを示せ。