平成 28 年度入学者選抜試験問題

人文学部法経政策学科
理学部数理科学科
医学部医学科
農学部食料生命環境学科

数　　学

前　期　日　程

注　意　事　項

1　試験開始の合図があるまで，この問題冊子の中を見てはいけません.

2　この問題冊子の本文は**1ページ**から**6ページ**までです.

3　試験中に問題冊子の印刷不鮮明・落丁・乱丁，解答用紙の汚れなどに気が付いた場合は，手を挙げて監督者に知らせてください.

4　監督者の指示にしたがって，解答用紙に**大学受験番号**を正しく記入してください.
大学受験番号が正しく記入されていない場合は，採点されないことがあります.

5　**人文学部受験者**は，**第1問**，**第2問**，**第3問**の3問を解答してください.
理学部受験者は，**第1問**，**第3問**，**第4問**，**第5問**の4問を解答してください.
医学部受験者は，**第3問**，**第4問**，**第5問**，**第6問**の4問を解答してください.
農学部受験者は，**第1問**，**第2問**，**第3問**，**第4問**の4問を解答してください.

6　解答用紙の注意事項をよく読み，指示にしたがって解答してください.

7　定規は，使用してもかまいません.

8　試験終了後，問題冊子と下書き用紙は持ち帰ってください.

第１問

A, B の 2 チームが試合をくり返し行い, 先に 3 勝したチームを優勝とする. 1 回の試合で A チームが勝つ確率は $\frac{2}{3}$, B チームが勝つ確率は $\frac{1}{3}$ で, 引き分けはないものとする. このとき, 次の問に答えよ.

(1) 優勝が決まるまでに B チームが少なくとも 1 勝する確率を求めよ.

(2) 3 試合目または 4 試合目で優勝が決まる確率を求めよ.

(3) 1 試合目で A チームが勝ち, A チームが優勝する確率を求めよ.

第２問

n を自然数とし, 放物線 $y=-x^2+nx$ を C とする. このとき, 次の問に答えよ.

(1) 放物線 C 上の点 $(1,\ n-1)$ における接線の傾きを a とする. $0 \leqq a \leqq 3$ を満たす n をすべて求めよ.

(2) 関数 $y=-x^2+nx$ の最大値を M とする. $1 \leqq M \leqq 5$ を満たす n をすべて求めよ.

(3) 放物線 C と直線 $y=-x$ で囲まれた図形の面積を S とする. $S \leqq 36$ を満たす n をすべて求めよ.

(4) $n \geqq 7$ とする. 放物線 C の $x \geqq 6$ の部分と x 軸および直線 $x=6$ で囲まれた図形の面積を T とする. $T \leqq 72$ を満たす n をすべて求めよ.

第３問

△ABC において, $\mathrm{AB}=\sqrt{3}$, $\mathrm{BC}=\sqrt{5}$, $\mathrm{AC}=2$ とする. 辺 BC 上に点 B と異なる点 P があり, $\mathrm{AP}=\sqrt{3}$ とする. また, 辺 AB の中点を Q, 線分 AP と線分 CQ との交点を R とする. このとき, 次の問に答えよ.

(1) 内積 $\overrightarrow{\mathrm{AB}}\cdot\overrightarrow{\mathrm{AC}}$ と △ABC の面積 S を求めよ.

(2) $\overrightarrow{\mathrm{AP}}$ を $\overrightarrow{\mathrm{AB}}$ と $\overrightarrow{\mathrm{AC}}$ を用いて表せ.

(3) △AQR の面積 T を求めよ.

第4問

数列 $\{a_n\}$ が

$$a_1 = -1, \quad a_{n+1} = 2a_n + 3n - 3 \quad (n = 1,\ 2,\ 3,\ \cdots)$$

で定められているとき, 次の問に答えよ.

(1) $b_n = a_n + 3n \quad (n = 1,\ 2,\ 3,\ \cdots)$ とする. このとき, b_{n+1} と b_n の関係式を求めよ.

(2) 数列 $\{a_n\}$ の一般項を求めよ.

(3) すべての自然数 n に対し, $a_n \neq 0$ であることを示せ.

(4) 次の式で定められる数列 $\{c_n\}$ の一般項を求めよ.

$$c_1 = 8, \quad c_{n+1} = \frac{c_n}{nc_n + 1} \quad (n = 1,\ 2,\ 3,\ \cdots)$$

(5) 次の式で定められる数列 $\{d_n\}$ の一般項を求めよ.

$$d_1 = -8, \quad d_{n+1} = \frac{a_{n+1}d_n}{nd_n + a_n} \quad (n = 1,\ 2,\ 3,\ \cdots)$$

第５問

n を自然数とし, $t > 0$ とする. 曲線 $y = x^n e^{-nx}$ と x 軸および 2 直線 $x = t$, $x = 2t$ で囲まれた図形の面積を $S_n(t)$ とする. このとき, 次の問に答えよ.

(1) 関数 $f(x) = xe^{-x}$ の極値を求めよ.

(2) $S_1(t)$ を t を用いて表せ.

(3) 関数 $S_1(t)$ $(t > 0)$ の最大値を求めよ.

(4) $\dfrac{d}{dt} S_n(t)$ を求めよ.

(5) 関数 $S_n(t)$ $(t > 0)$ が最大値をとるときの t の値 t_n と極限値 $\lim_{n \to \infty} t_n$ を求めよ.

第６問

複素数平面上の 3 点 $\mathrm{A}(\alpha)$, $\mathrm{W}(w)$, $\mathrm{Z}(z)$ は原点 $\mathrm{O}(0)$ と異なり,

$$\alpha = -\frac{1}{2} + \frac{\sqrt{3}}{2}i, \qquad w = (1+\alpha)z + 1 + \overline{\alpha}$$

とする. ただし, $\overline{\alpha}$ は α の共役な複素数とする. 2 直線 OW, OZ が垂直であるとき, 次の問に答えよ.

(1) $(1+\alpha)\beta + 1 + \overline{\alpha} = 0$ を満たす複素数 β を求めよ.

(2) $|z - \alpha|$ の値を求めよ.

(3) $\triangle\mathrm{OAZ}$ が直角三角形になるときの複素数 z を求めよ.