

1 次の□をうめよ。答は解答用紙の該当欄に記入せよ。

(i) 方程式 $9^{\log_3 x} = 27$ を解くと、 $x = \square(1)$ である。

また、方程式 $\log_2 x + \log_4(x-3)^2 = 1$ を解くと、 $x = \square(2)$ である。

(ii) x についての3次式 $P(x)$ を $x-2$ で割ると商は $Q(x)$ 、余りは a で、 $Q(x)$ を $x-2$ で割ると商は $x+3$ 、余りは b である。ただし、 a, b は実数とする。方程式 $P(x)=0$ が虚数解 $2+i$ をもつとき、 a と b の値を求めると、 $(a, b) = \square(3)$ であり、方程式 $P(x)=0$ の実数解は $\square(4)$ である。

(iii) 1個のさいころを2回投げて、2回目に1回目以上の目が出たときはお菓子を1個もらえ、それ以外ときは2回目に出た目と同じ個数だけお菓子がもらえるとする。

このとき、お菓子を3個もらえる確率は $\square(5)$ である。また、もらえるお菓子の個数の期待値は $\square(6)$ である。

2 次の□をうめよ。答は解答用紙の該当欄に記入せよ。

(i) $\triangle ABC$ において、辺 AB を2:1に内分する点を M 、辺 AC を3:2に内分する点を N 、線分 BN と CM の交点を P とする。 $\overrightarrow{AB} = \vec{b}$ 、 $\overrightarrow{AC} = \vec{c}$ とするとき、ベクトル \overrightarrow{AP} を \vec{b} 、 \vec{c} を用いて表すと、 $\overrightarrow{AP} = \square(1)$ となる。さらに、 $AB=9$ 、 $AC=6$ 、 $AP=4$ のとき、 \vec{b} と \vec{c} の内積 $\vec{b} \cdot \vec{c}$ の値は $\square(2)$ である。

(ii) 数列 $\{a_n\}$ を $a_1 = \frac{1}{2}$ 、 $a_2 = 1$ 、 $a_{n+2} = a_{n+1} - a_n$ ($n=1, 2, 3, \dots$) で定めるとき、 a_7 、

a_8 の値を求めると、 $(a_7, a_8) = \square(3)$ である。また、 $\sum_{k=1}^{\infty} \frac{a_k}{2^k}$ の値は $\square(4)$ である。

3 (記述問題)

曲線 $y = -\cos x$ ($0 \leq x \leq \pi$) を y 軸のまわりに1回転させてできる形をした容器がある。ただし、単位は cm とする。この容器に毎秒 1cm^3 ずつ水を入れたとき、 t 秒後の水面の半径を $r\text{cm}$ とし、水の体積を $V\text{cm}^3$ とする。水を入れ始めてからあふれるまでの時間内で考えるとき、次の問いに答えよ。

(i) 水の体積 V を r の式で表せ。

(ii) 水を入れ始めて t 秒後の r の増加する速度 $\frac{dr}{dt}$ を r の式で表せ。