2017　　北里大学

医学部　[一般・学士] ～第1次試験～　数学

※学士は設問【1】は必須、【2】又は【3】はどちらか選択

試験時間	80分

注意事項　1. 数学(一般)の用紙は3枚である。3枚とも解答すること。
2. 3枚とも受験番号と氏名の記入を忘れないこと。
3. 【2】,【3】は，解答の過程を必ず記すこと。

【1】 次の各文の $\boxed{}$ にあてはまる答を求めよ。

(1) a，b を定数とする。整式 x^3-4x^2+ax+b を $(x-1)^2$ で割った余りが1であるとき，a の値は $\boxed{(ア)}$，b の値は $\boxed{(イ)}$ である。

(2) $x=\sin\theta+\cos\theta$，$y=\sin^3\theta+\cos^3\theta+3\sin\theta\cos\theta(\sin\theta+\cos\theta)+6\sin\theta\cos\theta-9(\sin\theta+\cos\theta)$ とおく。$\frac{\pi}{4}\leqq\theta\leqq\pi$ のとき，x のとり得る値の範囲は $\boxed{(ウ)}$ であり，y を x を用いて表すと $y=\boxed{(エ)}$ となる。さらにこのとき，y のとり得る値の範囲は $\boxed{(オ)}$ である。

(3) 3点 A$(-3,6)$，B$(5,0)$，C$(4,7)$ を通る円の中心の座標は $\boxed{(カ)}$ であり，半径は $\boxed{(キ)}$ である。この円と直線 $y=2x+k$ の共有点の個数が2個であるとき，定数 k のとり得る値の範囲は $\boxed{(ク)}$ である。

(4) ボタンを押すたびに「あたり」か「はずれ」のいずれか一方だけを画面に表示する機械があり，この機械は以下の規則に従って動く。

規則 1. 1回目にボタンを押して「あたり」が表示される確率は $\frac{2}{3}$ である。

規則 2. ボタンを押して「あたり」が表示されたとき，次にボタンを押して「あたり」が表示される確率は $\frac{2}{3}$ である。また，ボタンを押して「はずれ」が表示されたとき，次にボタンを押して「あたり」が表示される確率は $\frac{1}{6}$ である。

各自然数 n に対して，n 回目にボタンを押して「あたり」が表示される確率を a_n とする。このとき，$a_1=\frac{2}{3}$，$a_2=\boxed{(ケ)}$，$a_3=\boxed{(コ)}$ であり，数列 $\{a_n\}$ の一般項は $a_n=\boxed{(サ)}$ である。

(5) 実部が正で虚部が負である複素数 z が $z^4=-8+8\sqrt{3}i$ を満たすとする。このとき，z^4 を極形式で表すと $z^4=\boxed{(シ)}$ であり，z の値は $\boxed{(ス)}$ である。2つの複素数 0，z を表す複素数平面上の点をそれぞれ O，A とし，線分 OA の中点を表す複素数を w とおくとき，$w^{2017}+(\overline{w})^{2017}$ の値は $\boxed{(セ)}$ である。また，$1+z+z^2+z^3+z^4$ の値は $\boxed{(ソ)}$ である。

【2】 C は直線 $x=1$ を軸とする上に凸な放物線であり，原点 O を通るとする。C と曲線 $y=2x\sqrt{x}$ の2個の共有点のうち O 以外のものを A$(a,\ 2a\sqrt{a})$ とおく。C と曲線 $y=2x\sqrt{x}$ で囲まれた部分の面積を S とし，C と x 軸で囲まれた部分の面積を T とする。このとき，次の問に答えよ。

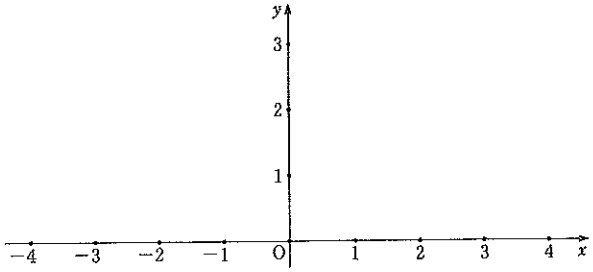
(1) 放物線 C の頂点の y 座標を a を用いて表せ。また，a のとり得る値の範囲を求めよ。

(2) S を a を用いて表せ。

(3) $2S=T$ となる a の値がただ1つ存在することを証明せよ。

【3】 C を方程式 $x^2+y^2-|\sqrt{3}x+y|-|\sqrt{3}x-y|=0\ (y>0)$ の表す曲線とし，b を C と直線 $y=b$ が6個の共有点をもつような定数とする。このとき，次の問に答えよ。

(1) 曲線 C の概形をかけ。また，b のとり得る値の範囲を求めよ。



(2) 曲線 C と直線 $y=ax+b$ が6個の共有点をもつような定数 a のとり得る値の範囲を $f(b)<a<g(b)$ とおく。b が(1)で求めた範囲を動くとき，$g(b)-f(b)$ が最大値をとる b の値を求めよ。