

大阪医科大学

平成 29 年度 入学 試験 問題 (前期)

数 学

注 意

1. 合図があるまで表紙をあけないこと。
2. 問題右頁とその裏は計算に使用する。
3. 受験票は机に出しておくこと。

大阪医科大学

平成 29 年度医学部一般入試（前期）の問題訂正箇所について

標記のことにつき、以下のとおり訂正箇所がありますのでお知らせします。

記

数 学

●訂正箇所：大問〔5〕 問題文 1行目

【誤】…原点を中心…

↓

【正】…原点○を中心…

<オー>

以 上

数 学 (前 期)

- [1] $f(t) = t^3 - t$, $g(t) = e^{-t^2}$ として、座標平面上の曲線 C を $x = f(t)$, $y = g(t)$ によって定義する。
- (1) t の異なる 2 個以上の値が C 上の同じ点に対応するような点の座標を求め、それぞれの t の値において $\frac{dy}{dx}$ の値を求めよ。
 - (2) C の接線が x 軸または y 軸に平行となるような点の t , x , y の値を求めよ。
 - (3) (2) で求めた t の値で区切られた区間での C の接線の傾きの正負を求めよ。
 - (4) (1), (2), (3) の結果を参考にして C のグラフの概形を描け(変曲点を調べる必要はない)。なお、 $\frac{1}{e} \doteq 0.37$, $\frac{1}{\sqrt[3]{e}} \doteq 0.72$, $\frac{1}{\sqrt{3}} \doteq 0.58$, $\frac{2}{3\sqrt{3}} \doteq 0.38$ を参考にしても良い。
- [2] 円 $x^2 + y^2 = 1$ に内接する正三角形 $\triangle ABC$ と $\triangle D'E'F'$ がある。 A , D' の座標はそれぞれ $(0, 1)$, $(0, -1)$ で C , E' の x 座標は正である。空間で、点 D' , E' , F' をそれぞれ z 軸の正方向に 1 平行移動した点をそれぞれ D , E , F とする。 $\triangle ABC$ と $\triangle DEF$ を底面とし、側面は $\triangle FAB$, $\triangle FEA$ など互いに合同な 6 個の二等辺三角形である八面体を K とする。
- (1) $0 < t < 1$ である t に対して、 $\triangle DFB$ の平面 $z = t$ による切り口の線分の長さを t で表せ。
 - (2) $0 < t < 1$ である t に対して、 K の平面 $z = t$ による切り口の面積を t で表せ。
 - (3) 八面体 K の体積を求めよ。
- [3] 平面上の $\triangle ABC$ の三辺の長さを $a = BC$, $b = CA$, $c = AB$ とし、 $\triangle ABC$ の内心を I とする。
- (1) 直線 IA と辺 BC の交点を M とするとき、 M は辺 BC を $c : b$ に内分することを示せ。
 - (2) $a\vec{IA} + b\vec{IB} + c\vec{IC} = \vec{0}$ であることを示せ。
 - (3) 平面上の点 P について、 $a|\vec{PA}|^2 + b|\vec{PB}|^2 + c|\vec{PC}|^2$ は、 $P = I$ において最小となることを示せ。
- [4] 袋の中に赤玉 a 個、白玉 $20 - a$ 個の計 20 個の玉が入っている ($0 \leq a \leq 20$)。袋の中をかき混ぜてから同時に 4 個の玉を取り出すとき、赤玉の個数が 1 個以下である確率を $P(a)$ と表す。
- (1) $P(a)$ は a の多項式であることを示し、因数分解された形で $P(a)$ を表せ。
 - (2) $0 \leq a \leq 19$ の範囲の整数 a に対して、 $P(a)$ と $P(a + 1)$ の大小を調べよ。
 - (3) $0 \leq a \leq 20$ の範囲の整数 a に対して、 $P(a) > 0.95$ を満たす a をすべて求めよ。
- [5] 複素数平面上の原点を中心とする半径 1 の円周上にある 3 点 $A(\alpha)$, $B(\beta)$, $C(\gamma)$ を 3 頂点とする直角三角形でない三角形 $\triangle ABC$ を考える。 A , B , C を原点の周りに角 2θ ($0 < 2\theta < \pi$) 回転させて得られる点をそれぞれ A_1 , B_1 , C_1 とする。直線 AB と A_1B_1 の交点を R とする。 AB の中点を M , A_1B_1 の中点を M_1 とする。
- (1) $\triangle OMR$ と $\triangle OM_1R$ は合同であることを示せ。
 - (2) $\angle MOR = \theta$ であることを示せ。
- BC と B_1C_1 の交点、 CA と C_1A_1 の交点をそれぞれ P , Q とする。また、 i を虚数単位とし、 $\lambda = \frac{\cos \theta + i \sin \theta}{2 \cos \theta}$ とおく。
- (3) 点 P , Q , R を表す複素数をそれぞれ α , β , γ , λ によって表せ。
 - (4) ある点 $D(\delta)$ を中心として、 $\triangle ABC$ を回転しある一定の比率で拡大または縮小すると $\triangle PQR$ に重なることを示し、このような δ を α , β , γ , λ によって表せ。