

数 学 (全1の1)

次の に適切な解を入れよ。複数の解がある場合は、コンマで区切ってすべての解を記入すること。

1. 2次曲線 $y = x^2$ と円 $(x - a)^2 + (y - b)^2 = b^2$ がただ1つの共有点Pをもち (a, b は実数で $a > 0, b > 0$ とする), 点Pと円の中心を通る直線の傾きが $-\frac{1}{6}$ であるとき, 点Pの座標の数値は $(x, y) =$ ① で, b の値は ② である。

2. 関数 $f(n)$ は, $f(n) = \lim_{c \rightarrow \infty} \left\{ \int_0^c x^{n-1} e^{-x} dx \right\}$ と定義されている。このとき, $f(1) =$ ③, $\frac{f(n+1)}{f(n)} =$ ④, $f(n) =$ ⑤ である。ただし, c は実数, n は自然数であり, $\lim_{t \rightarrow \infty} t^k e^{-t} = 0$ (k は自然数) とする。

3. 関数 $f(x)$ は, $f(x) = ax^2 + 2(a-2)x + 3a - 2$ と定義されている。ただし, a は実数で $a \leq 0$ とする。

(1) $f(x)$ が2次関数である時, 頂点の x の座標を a を用いて表すと ⑥ である。

(2) $-2 \leq x \leq 2$ における $f(x)$ の最大値は ⑦ である。

(3) 問題については, 削除しています。

4. ガラス板8枚を光が透過すると, 光の強さはガラスがないときの80%になった。各ガラス板の形状や特性は同じとする。

(1) 光が1枚のガラス板を透過すると, 光の強さはガラスがないときの ⑩ %になる。

(2) 透過した光の強さをガラスがないときの10%以下にするには, ガラス板は ⑪ 枚以上必要である。 $\log_{10} 2 = 0.301$ として計算すること。

5. 複素数平面上に3点 $A(-1 + 5i), B(2 + 3i), C(3 - 2i)$ がある。

(1) $\triangle ABC$ の重心を複素数で表すと ⑫ である。

(2) $\angle ABC$ の大きさは ⑬ である。

6. 3つの状態 A, B, C があり, その状態は下記の条件で確率的に変化する。

・状態 A にあるとき, 翌日には確率 $\frac{1}{6}$ で状態 B に移り, 確率 $\frac{5}{6}$ で状態 A に留まる。

・状態 B にあるとき, 翌日には確率 $\frac{1}{3}$ で状態 A に移り, 確率 $\frac{1}{3}$ で状態 B に留まり, 確率 $\frac{1}{3}$ で状態 C に移る。

・状態 C にあるとき, 翌日には確率 $\frac{1}{6}$ で状態 B に移り, 確率 $\frac{5}{6}$ で状態 C に留まる。

第 n 日目に状態 A, B, C である確率をそれぞれ A_n, B_n, C_n で表すとする。

(1) 漸化式が $a_{n+1} = pa_n + qr^n, a_1 = a$ と定義されているとき, 両辺を r^{n+1} で割ることにより一般項を求めると $a_n =$ ⑭ となる。ただし, a, p, q, r は実数で $p \neq r, p \neq 0, q \neq 0, r \neq 0$ であり, n は自然数とする。

(2) B_{n+1} を $B_{n+1} = \alpha A_n + \beta B_n + \gamma C_n$ と表すと α, β, γ の値は $(\alpha, \beta, \gamma) =$ ⑮ である。

(3) はじめ(第1日目)は確率1で状態 A にあるとする。このとき, $A_n =$ ⑯, $B_n =$ ⑰ である。また, 十分に日数が経過したとき, 状態 C である確率は ⑱ である。