

平成23年度

前期日程

物理

医学部・工学部・応用生物科学部

問題冊子

注意事項

1. 試験開始の合図があるまで、問題冊子を開かないこと。
2. 問題冊子は、8ページからなる。乱丁、落丁、印刷不鮮明などの箇所があった場合には、ただちに試験監督者に申し出すること。
3. 受験番号は、4枚の解答用紙のそれぞれ指定の欄すべてに記入すること。
4. 解答は解答用紙の指定箇所に記入すること。
5. 問題は、大問で4題ある。工学部・応用生物科学部の受験生は4題全てに解答すること。医学部の受験生は、問題 1 2 4 に解答すること。解答しない 3 の解答用紙には、全紙にわたり大きく×印を1つ記すこと。
6. 解答用紙は持ち帰らないこと。
7. 問題冊子は持ち帰ること。
8. 大問ごとに、満点に対する配点の比率を表示してある。

1

次の文を読み、以下の問い合わせに答えよ。(配点比率 医: $\frac{1}{3}$, 工・応生: $\frac{1}{4}$)

太郎君は、ヘリウムガスの詰まった風船に糸を付けて手に持ち、父の運転する自動車の後部座席に乗った。自動車が直線的に走るとき、その加速や減速に応じて風船が動いた。その運動の向きは車の加速度の向きと同じであった。等加速度運動する電車の中の、ひもでつられたおもりの振舞について知っていた太郎君にとって、この風船の動きは非常に不思議であった。^{ア)}このとき、空気の流れのせいではないかと窓を確認したがすべて閉まっており、車内の空気は安定していた。この現象を理解しようと、太郎君は以下のように考えを進めた。

風船にはたらいている力が重力と糸の張力および浮力だけであると考えると、上記の電車内のおもりの話と本質的に同じであり、観察結果に合わないことになる。何か他の力がはたらいていはるはずである。風船は空气中に浮いているのだから、その力は風船の周囲の空気がおよぼしているに違いないと思った。

そこで、まず車内の空気の運動について考えてみた。自動車が一定の加速度 a [m/s²]で運動しており、車内の空気や風船は安定しているとする。車内の空気の小さな部分 A(図1に示すような長さ Δx [m]、体積 ΔV [m³]の直方体)の水平方向の運動について調べる。左右の側面の圧力を、図1のように P_1 [Pa]、 P_2 [Pa]とする。この圧力の差 $\Delta P = P_1 - P_2$ [Pa]によって、部分 Aが加速度 a で自動車とともに運動していることになる。^{イ)}その運動方程式を調べ、 ΔP が Δx に比例することがわかった。

風船は、この圧力差により水平方向の力をうける。この力の大きさを求める考え方は、水中の物体がうける浮力の話と筋道は同じであることに太郎君は気付いた。浮力の話では、水圧の差が深さの差に比例しており、その結果はアルキメデスの原理として知られている。加速度運動している自動車内の物体には、アルキメデスの原理に類似の

車内の物体は、その物体が押しのけた空気にはたらく慣性力(車内の観測者からみた)と同じ大きさで、逆向きの力をうける

が成立することがわかった。このことから、太郎君は自動車の中で観察した風船の動きと、電車内につるされたおもりの動きについて、^{ウ)}“不思議”が不思議でなくなり、納得できた。

以下では、風船の体積を V [m³]、空気とヘリウムの密度をそれぞれ ρ_a [kg/m³]、 ρ_h [kg/m³]とする。生じる圧力差は小さいので、これらの密度は変化しないとしてよい。また、重力加速度を g [m/s²]とする。なお、風船の素材は薄く、その質量は無視できるものとする。

問 1 下線部ア)の「非常に不思議であった」のは、何が、どのように不思議であったと推測するか。60 文字以内で述べよ。

問 2 下線部イ)に述べていること、すなわち、自動車の進行方向に関する部分 A の運動方程式を書き表し、 ΔP と Δx との関係式が、

$$\Delta P = a\rho_a \Delta x$$

となることを示せ。

問 3 自動車が一定の加速度 a で走り、風船の糸が鉛直方向と角 θ [rad] をなして安定しているとき、車内の太郎君が観察すると、風船にはたらく力(重力、空気による浮力、糸の張力、上記のアルキメデスの原理に類似の力)とみかけの力である慣性力とがつりあっていることになる。このつりあいの条件式を、水平方向と鉛直方向それぞれについて示せ。ただし、糸の張力を T [N] とし、風船が進行方向に傾いているときの θ を正とする。(図 2 を参照)

問 4 上で求めたつりあいの式を用いて、風船が進行方向に傾くことを示し、さらに $\tan \theta$ を求めよ。

問 5 下線部ウ)の太郎君の納得した内容を 80 文字以内で述べよ。

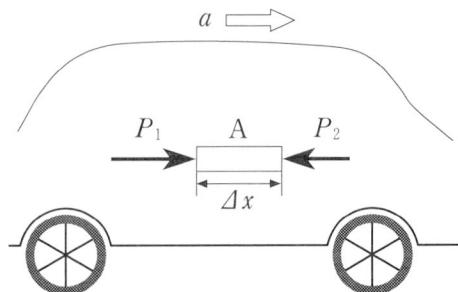


図 1

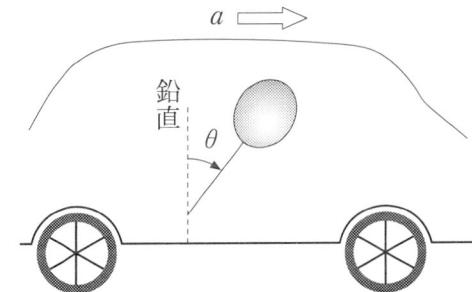


図 2

2

コンデンサーに関する以下の問い合わせに答えよ。(配点比率 医: $\frac{1}{3}$, 工・応生: $\frac{1}{4}$)

極板の辺の長さがそれぞれ a [m] と b [m] で極板の間隔が d [m] の平行板コンデンサーがある。電源の電圧を V [V], 真空の誘電率を ϵ_0 [F/m], 空気の比誘電率を 1 として問 1 ~ 問 7 に答えよ。

問 1 図 1 のコンデンサーの電極間には空気が満たされている。このコンデンサーの電気容量 C [F] はいくらか。

問 2 図 1 のコンデンサーの電極間隔を d [m] から微小距離 Δd [m] だけ狭くする。そのときの電気容量の変化分 ΔC [F] を求めよ。

問 3 次に図 2 のように、電源をコンデンサーの極板につないだ。このコンデンサーに蓄えられる静電エネルギー U [J] を C と V を用いて示せ。

問 4 図 2 のようにコンデンサーに電源を接続したまま、電極間隔を d から Δd だけ狭くする。そのときの静電エネルギーの変化分 ΔU [J] を求めよ。

問 5 問 4において電極間隔が Δd だけ狭くなったときの電荷の変化量を ΔQ [C] とする。そのときに電源がした仕事 W [J] を V と ΔQ を用いて求めよ。また、 W を V と ΔC を用いて求めよ。

問 6 図 2 のように、コンデンサーに電源が接続されているときの電極間に働く静電気力の大きさを F [N] とする。問 4 のコンデンサーの静電エネルギーの変化分 ΔU と問 5 の電源がした仕事および電極間隔を Δd だけ狭くする際に静電気力がする仕事との間にはどのような関係があるか。その関係式を示せ。

問 7 問 6 の関係式を用いて電極にはたらく静電気力の大きさ F を求めよ。ただし、 Δd は十分に小さく d に比べて無視できるものとする。

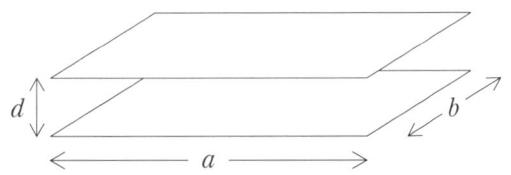


図 1

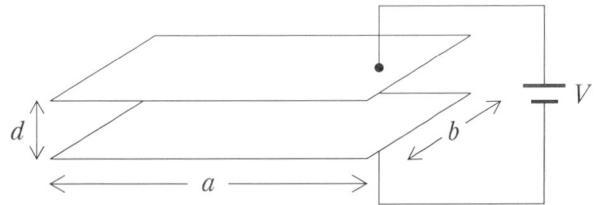


図 2

3 次の文を読み、以下の問い合わせに答えよ。(配点比率 工・応生： $\frac{1}{4}$)

なめらかに動くピストンと熱交換器(加熱・冷却器)のついた容器(図1)に、1モルの单原子分子の理想気体が入っていて、圧力 p_0 [Pa]、体積 V_0 [m³]、絶対温度 T_0 [K]の平衡状態Oにある。この状態を記号で $O(p_0, V_0, T_0)$ と表すことにする。図2のように状態Oを初期状態とする4通りの状態変化を行ったところ、気体の状態はそれぞれA(p_A, V_A, T_A)、B(p_B, V_B, T_B)、C(p_C, V_C, T_C)、D(p_D, V_D, T_D)に変化した。これらの状態変化の過程は次の①～④のいずれかである。ピストンと容器は断熱材でできており、熱の出入りは熱交換器を通してのみ行われる。

過程①：気体の圧力を一定値 p_0 に保ちながら気体の体積を膨張させる。

過程②：気体の体積を一定値 V_0 に保ちながら気体の圧力を減少させる。

過程③：気体の絶対温度を一定値 T_0 に保ちながら気体の体積を膨張させる。

過程④：熱の出入りを全く行わないで気体の体積を膨張させる。

問 1 上記①～④それぞれの過程の結果、気体は図2のA～Dのうちのどの状態に達するか。

過程①～④と状態 A～D とが正しく対応するように、解答欄に A～D の記号を記入せよ。

問 2 気体の内部エネルギーの増加量を ΔU [J]、気体に入る熱量を Q [J]、気体がされる仕事を W [J]とする。 ΔU と Q 、 W との関係式を示せ。

問 3 絶対温度 T [K]の单原子分子1モルの理想気体の内部エネルギーは、気体定数を R [J/(mol·K)]とすれば $U = \frac{3}{2}RT$ と表される。この式を使って気体の定積モル比熱 C_V [J/(mol·K)]と定圧モル比熱 C_p [J/(mol·K)]を R を用いて表せ。

問 4 状態変化 O → A における ΔU 、 W および Q を求めよ。ただし p_0 、 V_0 および V_A のうち必要なものを用いて表せ。

問 5 状態変化 O → D における ΔU 、 W および Q を求めよ。ただし p_0 、 V_0 および p_D のうち必要なものを用いて表せ。

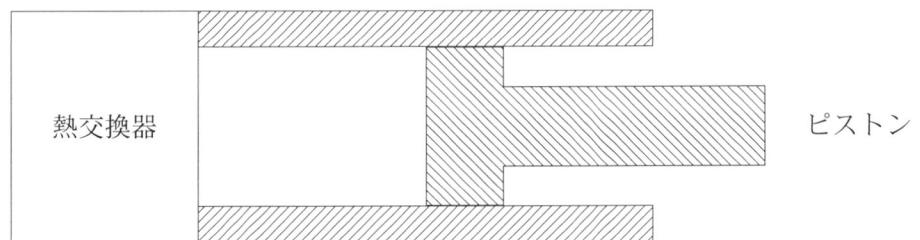


図 1

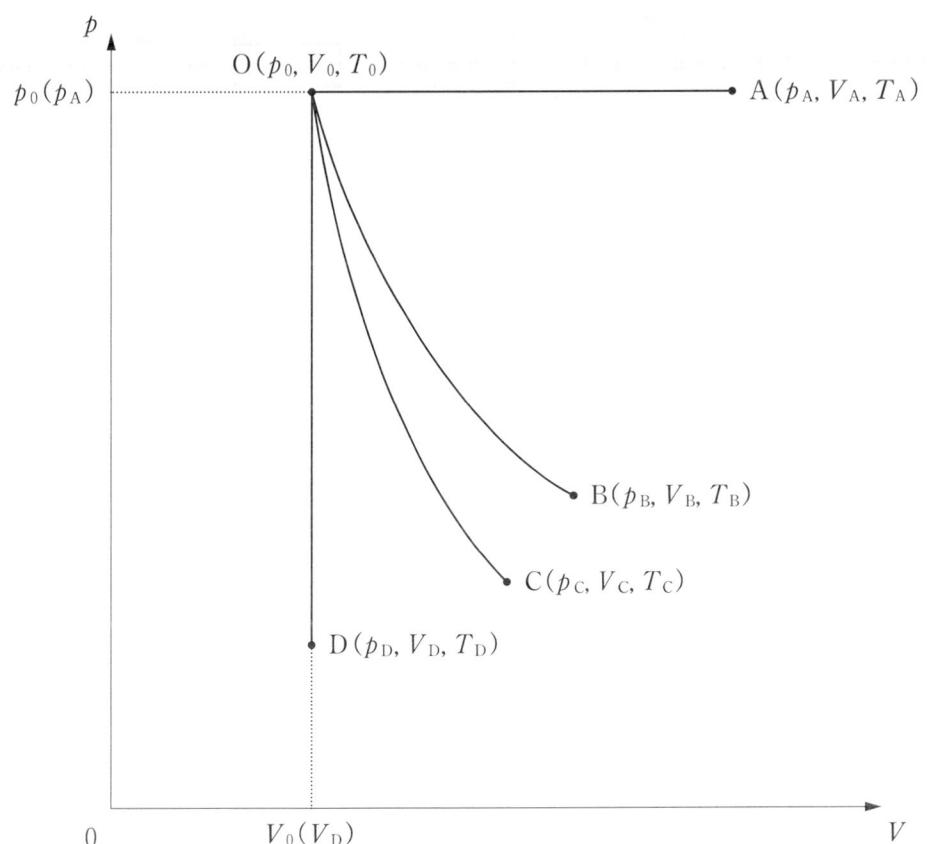


図 2

4

次の文を読み、以下の問い合わせに答えよ。(配点比率 医: $\frac{1}{3}$ 、工・応生: $\frac{1}{4}$)

図 1 のように、振動数 f [Hz] の音源が速さ u [m/s] で、静止している観測者に向かって進んでいる。音速は V [m/s] とする。時刻 $t = 0$ [s] で、音源は点 P、観測者は点 Q にあり、その間の距離は ℓ [m] であった。この場合、観測者が聞く音の振動数がどうなるかを、以下のように考えてみよう。

- (1) 時刻 $t = 0$ で点 P にある音源から出た音は、時刻 $t_1 = \boxed{\text{ア}}$ [s] のとき観測者に届く。時刻 $t = 0$ から短い時間 Δt 秒後、音源は点 P から $\boxed{\text{イ}}$ [m] 離れた点に移動する。このとき、音源と点 Q との距離は $\boxed{\text{ウ}}$ [m] となるので、 Δt 秒後に音源から出た音が観測者に届いたときの時刻は、 $t_2 = \boxed{\text{エ}}$ [s] となる。時間 Δt 秒の間に、音源から $f\Delta t$ 個の波が出るが、観測者は $t_2 - t_1$ の間にこれを聞くことになる。したがって、観測者が聞く振動数は $\boxed{\text{オ}}$ [Hz] となる。逆に、音源が速さ u で、観測者から遠ざかる場合、観測者が聞く振動数は、 $\boxed{\text{カ}}$ [Hz] となる。

次に、図 2 のように、音源が進む方向の直線上とは異なる位置に、観測者が静止している場合を考えてみよう。音速は V とし、振動数 f の音源が u の速さで移動している。

- (2) 時刻 $t = 0$ で、音源は点 P にあり、観測者は点 Q にあった。ここで、点 Q から音源の進む方向の直線に下ろした垂線と音源の進む方向の直線との交点を O とする。このとき、PO 間の距離は L [m]、QO 間の距離は a [m] である。また、 $\theta = \angle OPQ$ とする。点 P から点 Q までの距離は、 $\boxed{\text{キ}}$ [m] である。したがって、時刻 $t = 0$ に、点 P から出た音が点 Q に伝わるのは、時刻 $t_3 = \boxed{\text{ク}}$ [s] である。次に、短い時間 Δt 秒の間に、音源が u の速さで点 P から点 R の位置に進んだとする。このとき、点 Q から点 R までの距離を θ を用いて表すと $\boxed{\text{ケ}}$ [m] となる。ただし、 $(\Delta t)^2$ は無視できるとし、 $\sqrt{1+x} \approx 1 + \frac{1}{2}x$ ($|x| \ll 1$) という近似式を用いることとする。点 R から出た音が点 Q に伝わるのは、時刻 $t_4 = \boxed{\text{コ}}$ [s] である。 Δt 秒の間に、音源からは $f\Delta t$ 個の波が出るが、観測者は、これを $t_4 - t_3$ の間に聞くことになる。したがって、観測者が聞く振動数 $f' = \boxed{\text{サ}}$ [Hz] となる。

問 1 文中の ア ~ サ にあてはまる式を入れよ。

問 2 観測者が聞く振動数 f' が f となるときの θ の値を求めよ。

問 3 観測者が聞く振動数 f' を縦軸にとり、 $\theta(0 < \theta < \pi)$ を横軸にとって、グラフの概略を描け。

問 4 θ が 0 および π の場合は、文中(1)の説明とどのように対応しているか。50字内で述べよ。

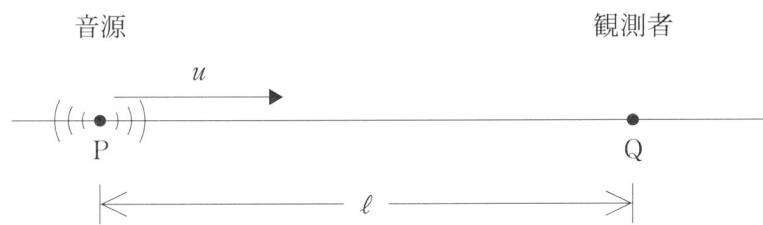


図 1

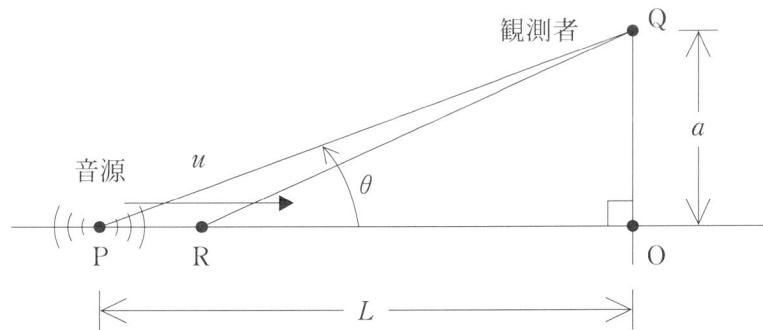


図 2