平成 24 年度
前期日程

# 数　　学

## 教育学部［数学（ロ）］

## 医学部医学科

## 工学部

## 問題冊子

**注意事項**

1. 試験開始の合図があるまで，問題冊子を開かないこと。
2. 本冊子は 5 ページで，解答用紙は 5 枚である。
   落丁，乱丁，印刷不鮮明などの箇所があった場合には，ただちに試験監督者に申し出ること。
3. **受験番号は，5 枚の解答用紙のそれぞれの指定箇所に必ず記入すること。**
4. 問題は，大問 5 題である。
5. **解答は，解答用紙の指定箇所に記入すること。（ただし，やむをえない場合は裏面にまわってよい。）**
6. 問題用紙の余白は計算に用いてよい。
7. 解答用紙は持ち帰らないこと。
8. 問題冊子は持ち帰ること。
9. 大問ごとに，満点に対する配点の比率（％）を表示してある。

# 教育学部［数学（ロ）］

# 医学部医学科

# 工学部

**1** 四角形ABCDにおいて$AB = CD = 1$，$BC = DA = 3$であり，対角線AC，BDの長さをそれぞれ$x$，$y$とする。以下の問に答えよ。

(1) 四角形ABCDの面積$S$を$x$を用いて表せ。また，$S$の最大値$S_0$を求めよ。

(2) 面積が$\dfrac{1}{3}S_0$である四角形ABCDに対して$x^2$，$y^2$の値を求めよ。ただし，$x \leqq y$とし，$S_0$は(1)で求めたものとする。

(3) $\cos \angle ACB$を$x$で表せ。また，$\angle ACB$が最大となる$x$の値を求めよ。

（配点比率 20 %）

**2** 1から8までの番号が1つずつ重複せずに書かれた8個の玉が，箱の中に入っている。1回目の操作として，箱から3個の玉を同時に取り出し，最大番号と最小番号の玉は箱に戻さず，残りの1個を箱に戻す。この状態から2回目の操作として，さらに箱から3個の玉を同時に取り出す。1回目の操作で取り出した3個の玉の最大番号と最小番号の差を $n_1$，2回目の操作で取り出した3個の玉の最大番号と最小番号の差を $n_2$ とする。以下の問に答えよ。

(1) $n_1 \geqq 3$ となる確率を求めよ。

(2) 2回目の操作で取り出した3個の玉の中に，5の番号が書かれた玉が含まれる確率を求めよ。

(3) $n_1 + n_2 \leqq 11$ となる確率を求めよ。

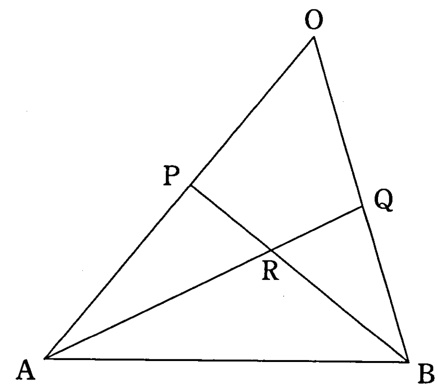
(配点比率 20 %)

**3** 鋭角三角形 OAB において，OA $\geqq$ OB とする。また，$\overrightarrow{OA}=\vec{a}$，$\overrightarrow{OB}=\vec{b}$ とおく。実数 $t$，$s$ を $0<t<1$，$0<s<1$ とする。辺 OA を $t:(1-t)$ の比に内分する点を P，辺 OB を $s:(1-s)$ の比に内分する点を Q，直線 AQ と直線 BP との交点を R とする。以下の問に答えよ。

(1) ベクトル $\overrightarrow{OR}$ を $t$，$s$，$\vec{a}$，$\vec{b}$ を用いて表せ。

(2) $\overrightarrow{OR}\perp\overrightarrow{AB}$ であるとき，$t$，$|\vec{a}|$，$|\vec{b}|$，$\vec{a}\cdot\vec{b}$ を用いて $s$ を表せ。

(3) $\overrightarrow{OR}\perp\overrightarrow{AB}$ であるとき，$s\geqq t$ となることを示せ。このとき，$s=t$ ならば OA $=$ OB となることを示せ。




（配点比率 20 %）

**4** 数列$\{x_n\}$を

$$x_1 = 1,\ x_{n+1} = x_n + x_n(1 - \log x_n) \qquad (n = 1, 2, 3, \ldots)$$

で定めることにする。$e$を自然対数の底として，以下の問に答えよ。

(1) 実数$x$が$0 < x < e$のとき，$\dfrac{1}{e}(e - x) < 1 - \log x < \dfrac{1}{x}(e - x)$となることを示せ。

(2) $n = 1,\ 2,\ 3, \ldots$に対し，$1 \leqq x_n < e$であることを示せ。

(3) $n = 1,\ 2,\ 3, \ldots$に対し，$e - x_{n+1} < \left(1 - \dfrac{1}{e}\right)(e - x_n)$であることを示せ。

(4) $\displaystyle\lim_{n \to \infty} x_n = e$であることを示せ。

（配点比率 20 %）

**5** $a$を正の実数とする。$t$を媒介変数として

$$x(t) = \cos 2t,\ y(t) = \sin at \quad (-\pi \leqq t \leqq \pi)$$

で表される曲線$C$について，以下の問に答えよ。

(1) $a = 1$とする。$C$を$x$と$y$の方程式で表し，その概形を$xy$平面上にかけ。

(2) $a = 2$とする。$C$を$x$と$y$の方程式で表し，その概形を$xy$平面上にかけ。

(3) 定積分

$$\int_{-\pi}^{\pi} x(t)y'(t)\,dt$$

の値を，$a \neq 2$と$a = 2$のそれぞれの場合について求めよ。

(4) (3)で求めた定積分の値を$a$の関数と考えて$P(a) = \int_{-\pi}^{\pi} x(t)y'(t)\,dt$とおく。$\lim_{a \to 2} P(a)$の値を求めよ。

(5) $P(a)$が$a = 2$において連続かどうか理由を付けて答えよ。

(配点比率 20 %)