数　　学

（数Ⅰ，数Ⅱ，数Ⅲ，数A，数B，数C）

9：00～11：00

注　　意

1. 試験開始の合図があるまで，この問題紙を開いてはならない。
2. 問題紙は3ページある。
3. 解答用紙は [解答用紙番号 数学0―1]（問1用），[解答用紙番号 数学0―2]（問2用），[解答用紙番号 数学0―3]（問3用），[解答用紙番号 数学0―4]（問4用），[解答用紙番号 数学0―5]（問5用）の5枚である。
4. 解答用紙は5枚とも全部必ず提出せよ。
5. **受験番号および座席番号（上下2箇所）は，監督員の指示に従って，すべての解答用紙の指定された箇所に必ず記入せよ。**
6. 各問に対する解答は，それぞれ3で指定された解答用紙に記入せよ。ただし，裏面を使用してはならない。
7. 必要以外のことを解答用紙に書いてはならない。
8. 問題紙の余白は下書きに使用してもさしつかえない。
9. 問題紙・下書き用紙は回収しない。

解答上の注意

採点時には，結果を導く過程を重視するので，必要な計算・論証・説明などを省かずに解答せよ。

◇M10(321―86)

(数Ⅰ, 数Ⅱ, 数Ⅲ, 数A, 数B, 数C)

1 kは実数, a, b, c, dは$ad-bc=1$を満たす実数とする。行列

$A=\begin{pmatrix} a & b \\ c & d \end{pmatrix}$の表す移動は以下の3条件を満たすとする。

(イ) 直線$y=x$上の点は直線$y=x$上の点に移る。

(ロ) 直線$y=-x$上の点は直線$y=-x$上の点に移る。

(ハ) x軸上の点は直線$y=kx$上の点に移る。

(1) kのとりうる値の範囲を求めよ。

(2) Aをkで表せ。

2 $-\dfrac{\pi}{2} \leqq \theta \leqq \dfrac{\pi}{2}$で定義された関数

$$f(\theta)=4\cos 2\theta \sin\theta + 3\sqrt{2}\cos 2\theta - 4\sin\theta$$

を考える。

(1) $x=\sin\theta$とおく。$f(\theta)$をxで表せ。

(2) $f(\theta)$の最大値と最小値, およびそのときのθの値を求めよ。

(3) 方程式$f(\theta)=k$が相異なる3つの解をもつような実数kの値の範囲を求めよ。

3 次の問に答えよ。

(1) $x \geqq 0$のとき, $x-\dfrac{x^3}{6} \leqq \sin x \leqq x$を示せ。

(2) $x \geqq 0$のとき, $\dfrac{x^3}{3}-\dfrac{x^5}{30} \leqq \displaystyle\int_0^x t\sin t\,dt \leqq \dfrac{x^3}{3}$を示せ。

(3) 極限値

$$\lim_{x \to 0}\frac{\sin x - x\cos x}{x^3}$$

を求めよ。

4 実数a, bに対して, $f(x)=x^2-2ax+b$, $g(x)=x^2-2bx+a$とおく。

(1) $a \neq b$のとき, $f(c)=g(c)$を満たす実数cを求めよ。

(2) (1)で求めたcについて, a, bが条件$a<c<b$を満たすとする。このとき, 連立不等式

$$f(x)<0 \text{ かつ } g(x)<0$$

が解をもつための必要十分条件をa, bを用いて表せ。

(3) 一般に$a<b$のとき, 連立不等式

$$f(x)<0 \text{ かつ } g(x)<0$$

が解をもつための必要十分条件を求め, その条件を満たす点(a, b)の範囲をab平面上に図示せよ。

5 AとBの2チームが試合を行い, どちらかが先にk勝するまで試合をくり返す。各試合でAが勝つ確率をp, Bが勝つ確率をqとし, $p+q=1$とする。AがBより先にk勝する確率をP_kとおく。

(1) P_2をpとqで表せ。

(2) P_3をpとqで表せ。

(3) P_4をpとqで表せ。

(4) $\dfrac{1}{2}<q<1$のとき, $P_4<P_3$であることを示せ。