

(平 24 前)

# 数 学

(理 科 系)

(1 ~ 5 ページ)

・ページ番号のついていない白紙は下書き用紙である。

注意 解答はすべて答案用紙の指定のところに記入しなさい。

数 学(理科系) 150 点

**1.** 座標平面上に2点  $A(1, 0)$ ,  $B(-1, 0)$  と直線  $\ell$  があり,  $A$  と  $\ell$  の距離と  $B$  と  $\ell$  の距離の和が 1 であるという. 以下の間に答えよ.  
(配点 30 点)

- (1)  $\ell$  は  $y$  軸と平行でないことを示せ.
- (2)  $\ell$  が線分  $AB$  と交わるとき,  $\ell$  の傾きを求めよ.
- (3)  $\ell$  が線分  $AB$  と交わらないとき,  $\ell$  と原点との距離を求めよ.

**2.**  $x$  を実数とし,  $A = \begin{pmatrix} 4 & -1 \\ 2 & 1 \end{pmatrix}$ ,  $E = \begin{pmatrix} 1 & 0 \\ 0 & 1 \end{pmatrix}$ ,  $P = A - xE$  とおく.

$P$  は  $P^2 = P$  をみたすとする. 以下の間に答えよ. (配点 30 点)

- (1)  $x$  の値を求めよ.
- (2)  $n$  を自然数とする.

$$A^n = a_n P + b_n E$$

をみたす  $a_n, b_n$  を  $n$  を用いて表せ.

**3.**  $x > 0$  に対し関数  $f(x)$  を

$$f(x) = \int_0^x \frac{dt}{1+t^2}$$

と定め,  $g(x) = f\left(\frac{1}{x}\right)$  とおく. 以下の間に答えよ. (配点 30 点)

(1)  $\frac{d}{dx}f(x)$  を求めよ.

(2)  $\frac{d}{dx}g(x)$  を求めよ.

(3)  $f(x) + f\left(\frac{1}{x}\right)$  を求めよ.

**4.** 自然対数の底を  $e$  とする. 以下の間に答えよ. (配点 30 点)

(1)  $e < 3$  であることを用いて, 不等式  $\log 2 > \frac{3}{5}$  が成り立つことを示せ.

(2) 関数  $f(x) = \frac{\sin x}{1 + \cos x} - x$  の導関数を求めよ.

(3) 積分

$$\int_0^{\frac{\pi}{2}} \frac{\sin x - \cos x}{1 + \cos x} dx$$

の値を求めよ.

(4) (3) で求めた値が正であるか負であるかを判定せよ.

**5.** 座標平面上の曲線  $C$  を, 媒介変数  $0 \leqq t \leqq 1$  を用いて

$$\begin{cases} x = 1 - t^2 \\ y = t - t^3 \end{cases}$$

と定める. 以下の間に答えよ. (配点 30 点)

- (1) 曲線  $C$  の概形を描け.
- (2) 曲線  $C$  と  $x$  軸で囲まれた部分が,  $y$  軸の周りに 1 回転してできる回転体の体積を求めよ.