

数 学 ③

(数学 I ・ 数学 II ・ 数学 III ・ 数学 A ・ 数学 B ・ 数学 C)

試 験 時 間 120 分

医学部 (医学科)

問 題	ペー ジ
① ~ ④	1 ~ 2

注 意 事 項

1. 試験開始の合図があるまで、この冊子を開いてはいけません。
2. 各解答紙に志望学部及び受験番号を必ず記入しなさい。
なお、解答紙には、必要事項以外は記入してはいけません。
3. 試験開始後、この冊子又は解答紙に落丁・乱丁及び印刷の不鮮明な箇所などがあれば、手を挙げて監督者に知らせなさい。
4. この冊子の白紙と余白部分は、適宜下書きに使用してもかまいません。
5. 解答は、必ず指定された解答紙に記入しなさい。また裏面は採点の対象としません。
6. 試験終了後、解答紙は持ち帰ってはいけません。
7. 試験終了後、この冊子は持ち帰りなさい。

1 $n \geq 4$ とする。 $(n-4)$ 個の 1 と 4 個の -1 からなる数列 a_k ($k=1, 2, \dots, n$) を考える。以下の問いに答えよ。

(問 1) このような数列 $\{a_k\}$ は何通りあるか求めよ。

(問 2) 数列 $\{a_k\}$ の初項から第 k 項までの積を $b_k = a_1 a_2 \cdots a_k$ ($k=1, 2, \dots, n$) とおく。
 $b_1 + b_2 + \cdots + b_n$ がとり得る値の最大値および最小値を求めよ。

(問 3) $b_1 + b_2 + \cdots + b_n$ の最大値および最小値を与える数列 $\{a_k\}$ はそれぞれ何通りあるか求めよ。

2 実数 c に対して、行列

$$A = \begin{pmatrix} 1 & -c \\ c & 1 \end{pmatrix}$$

で表される 1 次変換を T とするとき、以下の問いに答えよ。

(問 1) xy 平面上の同一直線上にない 3 点 P, Q, R が T によってそれぞれ P', Q', R' に移るとする。三角形 $P'Q'R'$ の面積が三角形 PQR の面積の k 倍 ($k \geq 1$) となる c の値を求めよ。

(問 2) 楕円

$$E: \frac{x^2}{4} + y^2 = 1$$

上の点が T によって楕円 E' 上の点に移るとする。楕円 E' 上のすべての点が楕円 E の周上または外部にあるための、 c の条件を求めよ。

3 正の定数 a に対して、関数 $f(x)$ を

$$f(x) = \int_0^{\frac{\pi}{2}} |\sin t - ax \cos t| dt$$

とおく。以下の問いに答えよ。

(問 1) $f(x)$ を求めよ。

(問 2) $f(x)$ の最小値とそのときの x の値を求めよ。

4 一辺の長さが $\sqrt{2}$ の正四面体 $OABC$ において、辺 AB の中点を M 、辺 BC を $1:2$ に内分する点を N 、辺 OC の中点を L とする。 $\vec{a} = \vec{OA}$ 、 $\vec{b} = \vec{OB}$ 、 $\vec{c} = \vec{OC}$ とおく。以下の問いに答えよ。

(問 1) 3点 L 、 M 、 N を通る平面と直線 OA の交点を D とする。 \vec{OD} を \vec{a} 、 \vec{b} 、 \vec{c} を用いて表せ。

(問 2) 辺 OB の中点 K から直線 DN 上の点 P へ垂線 KP を引く。 \vec{OP} を \vec{a} 、 \vec{b} 、 \vec{c} を用いて表せ。

