

平成 24 年度・入学試験問題

理 科 (前)

注 意 事 項

1. 試験開始の合図があるまで、この問題冊子を開いてはいけません。
2. この冊子は 46 ページあります。
3. 試験開始後、落丁・乱丁・印刷不鮮明の箇所があったら申し出なさい。
4. 解答はすべて解答用紙に、それぞれの問題の指示にしたがって記入しなさい。
5. この冊子のどのページも切り離してはいけません。ただし、余白等は適宜利用してかまいません。
6. 試験終了後、問題冊子は持ち帰りなさい。
7. 受験科目選択上の注意(重要)
「物理」、「化学」、「生物」のうち 2 科目を選択して解答しなさい。
選択しなかった科目の解答用紙は試験開始後、90 分で回収します。それ以後は
選択の変更は認めません。
全科目の解答用紙 4 枚ともに受験番号を記入しなさい。

理 科 問 題

物	理	問題 1	3 ページ
		” 2	5 ”
		” 3	7 ”
		” 4	11 ”

化	学	問題 1	15 ページ
		” 2	19 ”
		” 3	23 ”
		” 4	27 ”

生	物	問題 1	31 ページ
		” 2	35 ”
		” 3	39 ”
		” 4	43 ”

解 答 用 紙

理科	物理解答用紙	1 枚
理科	化学解答用紙	1 枚
理科	生物解答用紙	2 枚

物 理

物理問題 1

高さ L 、底面積 S 、質量 M の円筒形フロート(浮き)をある液体に浮かべたところ、図1のように $b(L/2 < b < L)$ の深さで直立静止した。フロートに力を加え、静止の位置から鉛直に Δx 引き上げるのに必要な力は Δx に比例し、比例定数を k として、 $k\Delta x$ と表される。そして、フロートをその上面が水中に沈まない程度に押し下げ急に放すと、フロートは単振動を始めた。重力加速度を g とし、フロートの重心は底面近くの中心軸上にあり、フロートの運動は鉛直方向に限られるものとする。さらに、フロートの浮き沈みによって液面の高さは変わらず、フロートの運動に対する空気や液体の抵抗は考えないものとして、以下の問いに答えよ。

- (1) この液体の密度を求めよ。
- (2) k を L, S, M, b, g のうち必要なものを使って表せ。
- (3) フロートの単振動の周期を求めよ。

次に、図2のように、質量 $m(m < M)$ の小球を静止しているフロートの上方 l の高さから自由落下させる場合を考える。小球とフロートとの反発係数を e 、小球はフロート上面の中心に瞬間的に衝突するものとして、以下の問いに答えよ。

- (4) 衝突直前の小球の速さ v 、衝突直後の小球の速さ u 、衝突直後のフロートの速さ V を、鉛直下向きを正として、符号を含めて答えよ。
- (5) 衝突により小球が跳ね上がる条件を、 L, S, M, m, b, g, l, e のうち必要なものを使って表せ。
- (6) 衝突後、フロートは静止位置より最大でどれだけ下がるか。ただし、この変位の最大値に達するまで、衝突は1度だけとする。 k, V を用いて解答しても良い。

- (7) 小球が粘土のようなもので、完全非弾性衝突($e = 0$)の場合、小球とフロートは一体となって単振動を始める。この単振動の周期を求めよ。 L, S, M, m, b, g, l, e のうち必要なものを使って表せ。
- (8) 上記(7)の場合に、振動の中心位置の深さを求めよ。 L, S, M, m, b, g, l, e のうち必要なものを使って表せ。

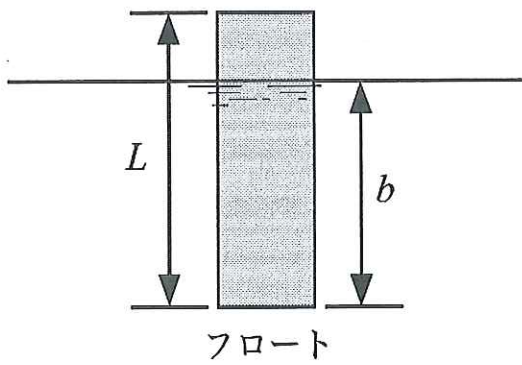


図1

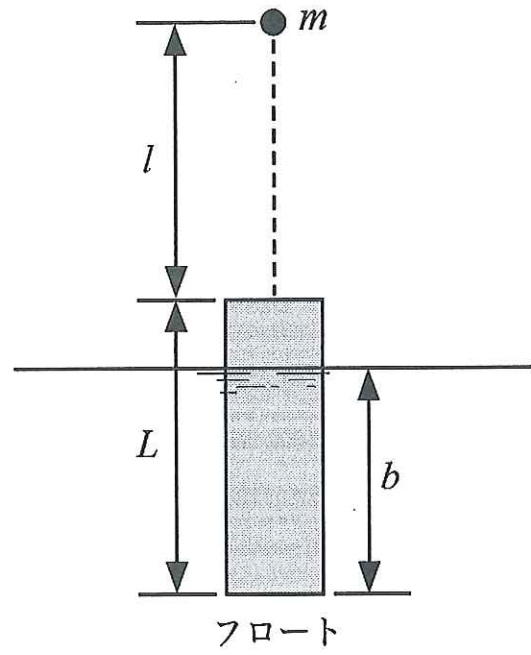


図2

物理問題 2

空気中の音速は、力学的考察から圧力 P を密度 ρ で微分したものの平方根 $(dP/d\rho)^{1/2}$ に等しいことが判明した。そこでニュートンは、音波が伝わる時の空気の膨張・圧縮は等温的に行われると考え、空気中の音速としてある式を得た。この式は、空気中の音速は圧力によらないこと、室温近辺では温度に対して音速は一樣に増大することを示すことはできたが、実測値とは異なる値を示していた。

約 100 年後、ラプラスは音波が伝わる時の空気の膨張・圧縮は、十分速い過程であるのでまわりの空気と熱のやり取りを行う時間はなく、断熱的に行われると考え、正しい式を得た。微分を用いなくても微少量の比と近似式を適切に利用することによって微分と同じ結果を得ることができるので、以下、圧力 P の密度 ρ での微分 $dP/d\rho$ を微少量の比 $\Delta P/\Delta\rho$ に置き換え、近似式を用いてニュートンとラプラスの考えをたどってみよう。

空気は理想気体とし、圧力を P 、密度を ρ 、平均分子量を μ 、絶対温度を T 、等圧モル比熱と等積モル比熱の比を γ 、気体定数を R とする。 x の絶対値が 1 に比べて十分小さく、 n の絶対値があまり大きくないとき、即ち $|nx| \ll 1$ のとき、近似式

$$(1+x)^n \doteq 1+nx$$

が利用できる。 $0^\circ\text{C} = 273\text{K}$ とする。

- (1) 理想気体の状態方程式は通常 P , R , T の他、気体のモル数や気体の体積を用いて表されるが、後の二つは気体の質量を考えると、密度と分子量で置き換えることができる。空気の状態方程式を、 P , ρ , μ , R , T を用いて表せ。
- (2) ニュートンの考えたように、等温過程での圧力 P と密度 ρ の微少変化の比 $\Delta P/\Delta\rho$ を P , ρ , μ , T , γ , R のうち適当なものを用いて表せ。 Δ のつく微少量のうち、2 次以上の微少量はあっても無視せよ。
- (3) (2) で求めた式によると、温度が一定であれば音速が圧力によらないことを示せ。

(4) 同じく(2)で求めた式によると、室温近辺 $t^{\circ}\text{C}$ では、音速は t の一次関数で表されることを、近似を用いて示せ。

(5) ラプラスによれば、音波が伝わる時の空気の膨張・圧縮は断熱過程である。

P , V , γ を用いた断熱過程に関するポアソンの式

$$PV^{\gamma} = \text{一定}$$

を、 P , ρ , γ を用いて一定となる量を示す式に書き換えよ。

(6) (5)で求めた式に、 P の代わりに $P + \Delta P$ を、 ρ の代わりに $\rho + \Delta\rho$ を代入してもよいことから、 $\Delta P/\Delta\rho$ を求めよ。近似式を用い、2次以上の微少量はあっても無視せよ。

(7) 空気中の音速の 27°C での実測値は 348 m/s である。(6)で求めた式の近似から 27°C 近くの $t^{\circ}\text{C}$ における音速 $v_t \text{ m/s}$ を

$$v_t = 348 + a(t - 27)$$

という形で表したい。 $a \text{ m/s}^{\circ}\text{C}$ の値を有効数字2桁で求めよ。近似計算の過程も記せ。

物理問題 3

振動数 f_0 の超音波を送信し、その振動数近くの超音波を受信する超音波送受信機二台を用いた実験で、一台は床から高さ h の天井に埋め込んだ。二台とも送信のみ、受信のみ、送受信両方と機能を切り替えることができる。超音波の空気中の速度は V とし、風の影響はないものとする。 h/V は非常に短い時間であり、落下中の物体から時刻 t に送信された超音波が天井の受信機に達するまでの時間の遅れはないものとする。以下の問いに答えよ。 x の絶対値が 1 に比べて十分小さく、 n の絶対値があまり大きくないとき、即ち $|nx| \ll 1$ のとき、近似式

$$(1+x)^n \doteq 1+nx$$

が成立する。近似の指示がある場合は、この近似式を利用せよ。

- (1) 天井の超音波送受信機は送信機として用い、天井から落下させた受信機でその超音波を受信した(図1)。時刻 t での受信機の落下速度を v とすると、時刻 t で受信機が受信する超音波の振動数はどのようになるか、 f_0 、 V 、 v を用いて表せ。
- (2) 次に天井の送受信機を受信機として、天井から落下させた送信機が送信する超音波を受信した(図2)。時刻 t での送信機の落下速度を v とすると、時刻 t で受信機が受信する超音波の振動数はどのようになるか、 f_0 、 V 、 v を用いて表せ。
- (3) 次に天井の超音波送受信機は送信、受信両方を作動させ、天井から落下させた小球と床によって反射される超音波を受信できるようにした(図3)。時刻 t での小球の落下速度を v とする。床によって反射される超音波が無視できる場合は、時刻 t で超音波受信機が受信する超音波の振動数はどのようになるか、 f_0 、 V 、 v を用いて表せ。
- (4) (3)と同様の実験を無重力空間で行なった。時刻 $t=0$ で小球を天井から床に向かって速度 v で投げた。天井の超音波受信機で受信された超音波の振動数の時間変化を調べると、床によって反射される超音波を無視できる場合は、図4のようであった。小球は空気抵抗を受けず、床及び天井と完全弾性衝突し、永久に床と天井の間を往復し続けるものとする。小球の大きさは h に比べて十分小さく無

視できるものとする。図4中の f_1 , f_2 , T はどのようになるか, v は V に比べて十分小さいものとして近似式を適用し, f_0 , V , v , h を用いて表せ。

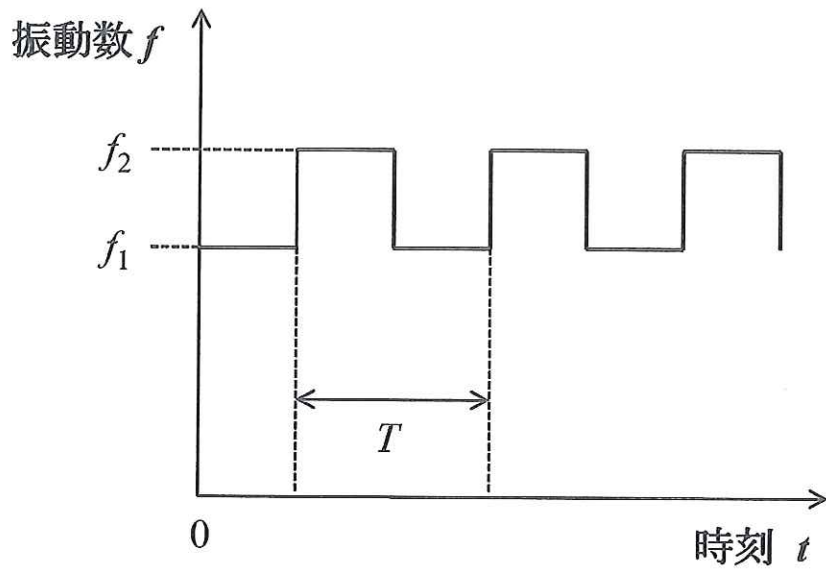
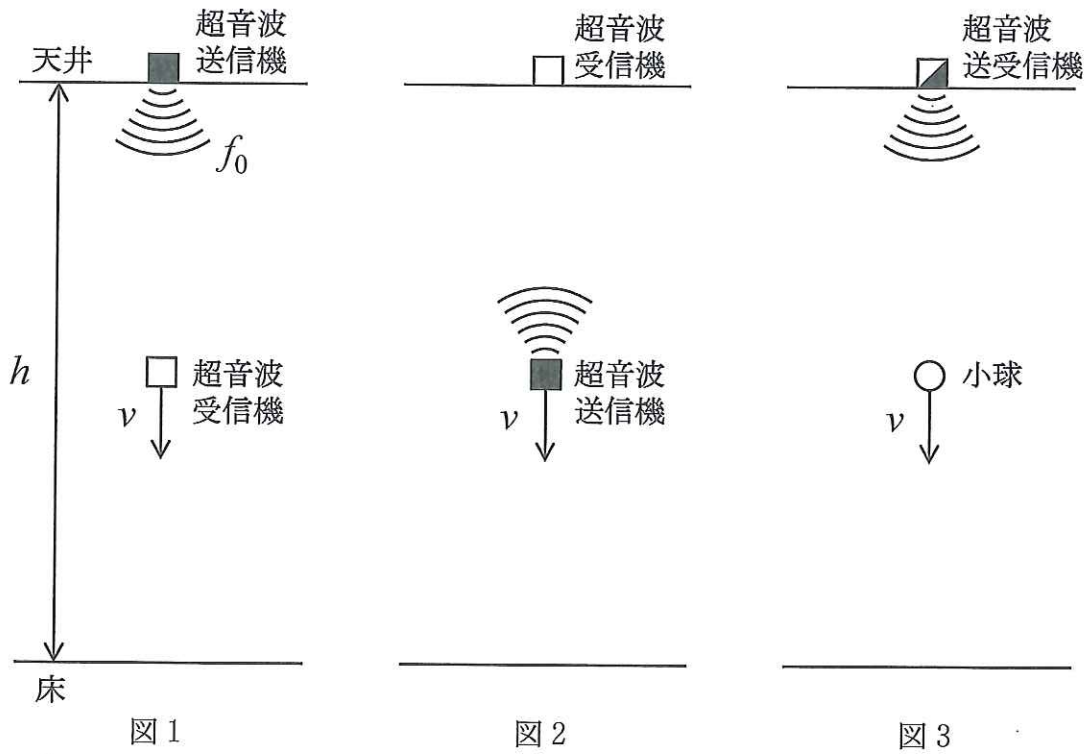


図4

- (5) (4)の実験で、床によって反射される超音波が無視できない場合は、受信された超音波には、小球と床から反射された超音波の重ね合わせにより、うなりが観測された。単位時間あたりのうなりの回数 f_B を f_0 、 V 、 v を用いて表せ。
- (6) (3)の重力下での実験において、時刻 $t = 0$ で小球を天井から放し、自由落下させた。床によって反射される超音波が無視できる場合は、天井の超音波受信機で受信された超音波の振動数の時間変化はどのようになるか。(4)と同様、近似式の取り扱いのもと、図4を参考にして、予想される超音波の振動数の時間変化を図示せよ。
- (7) (6)の実験で受信される最も低い振動数 f_1' 、最も高い振動数 f_2' 、振動数の時間変化の周期 T' を f_0 、 V 、 g 、 h を用いて示せ。ここで g は重力加速度である。

草 稿 用 紙

物理問題 4

図1のように2枚の面積 S の平板電極を間隔 d で平行に配置した平行平板コンデンサーに、起電力 V の電池をつないだ。ただし電極板の大きさに比べ間隔 d は十分に小さいとし、真空の誘電率を ϵ_0 とする。以下の問いに答えよ。

- (1) 電極間の電界(電場)は一様であるとして、電界の強さを求めよ。
- (2) このコンデンサーの電気容量を求めよ。
- (3) 正電極に蓄えられている電荷量を求めよ。
- (4) このコンデンサーに蓄えられている静電エネルギーはいくらか。

図2のように電池をつないだままで負電極を固定し、正電極を平行に保って極板間距離を d から $d + \Delta d$ にした。ただし、 Δd は d に比べて十分小さいとする($0 < \Delta d \ll d$)。

- (5) コンデンサーの正電極に蓄えられている電荷量は(3)に比べて変化したか、変化しなかったか、解答欄の該当する方に丸印を付けよ。変化した場合には、変化後の電荷量を示せ。
- (6) 極板間距離を d から $d + \Delta d$ にした場合でも電極間の電界は一様であるとして、電界の強さを求めよ。

電極を平行に保ったままで一旦極板間距離を d へもどした(最初の状態にした)。さらに、つないであつた電池をはずし、負電極を固定して正電極を平行に保って極板間距離を d から $d + \Delta d$ にした(図3)。

- (7) コンデンサーの正電極に蓄えられている電荷量を求めよ。
- (8) 電極間の電界は一様であるとして、電界の強さを求めよ。
- (9) コンデンサーに蓄えられている静電エネルギーは、(4)で求めた最初の状態(図1)の静電エネルギーに対して小さいか、大きいかわ、解答欄の該当する方に丸印を付けよ。また、現在の状態(図3)と最初の状態の静電エネルギー差はいくらか。

- (10) ここで極板間距離を d から $d + \Delta d$ に大きくするとき、正電極に対して力を加えて仕事をしたためにコンデンサーの静電エネルギーが変化しと考えられる。極板間距離が d から $d + \Delta d$ に変化するとき、力 F の変化は十分小さく、一定であるとみなしてよい。 F の大きさを求めよ。

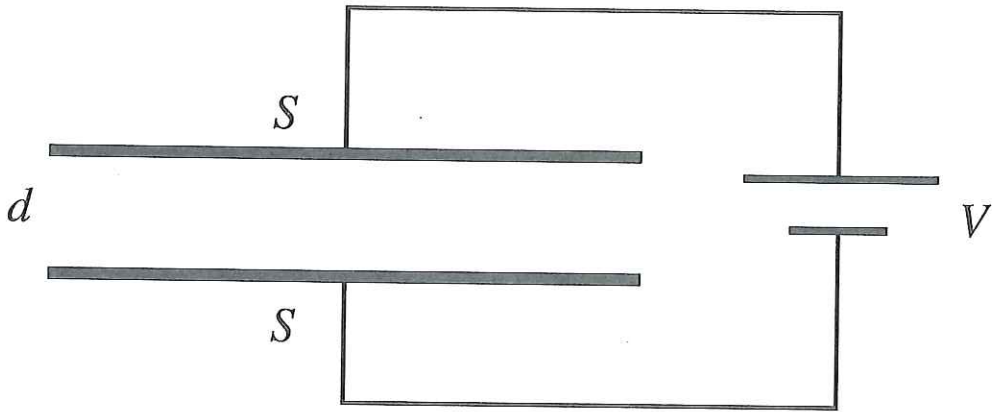


図 1

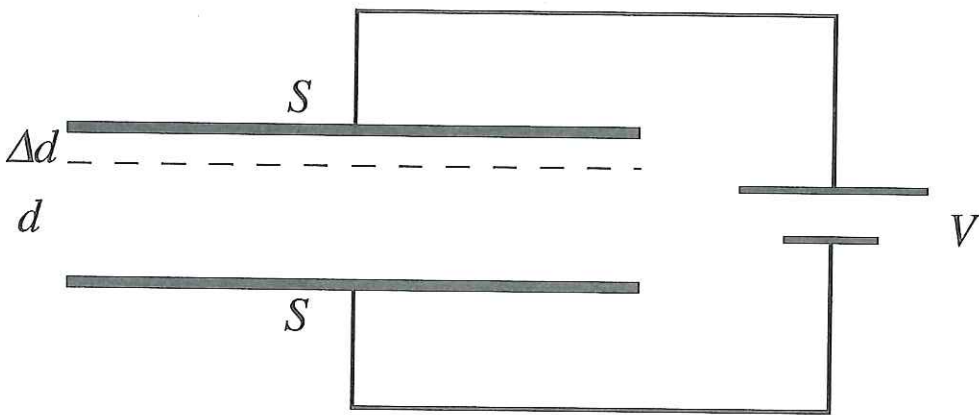


図 2

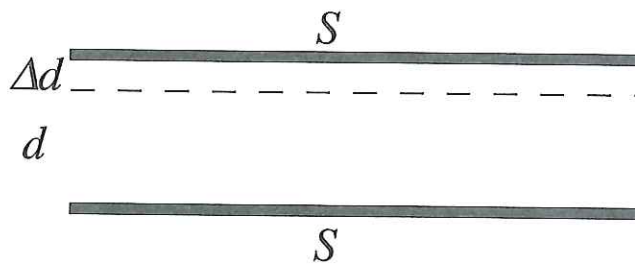


図 3

草稿用紙

草 稿 用 紙

必ず2か所に受験番号を記入すること

(平成24年度) 理科(前)物理解答用紙

見本

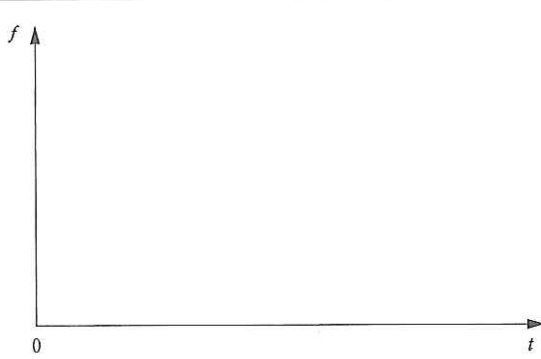
問題 1

(1)	(2)	(3)
(4) $v =$	$u =$	$V =$
(5)	(6)	(7)
		(8)

問題 2

(1)	(2)	(3)
(4)	(5)	(6)
(7)		

問題 3

(1)	(2)	(3)
(4) $f_1 =$	$f_2 =$	$T =$
(5) $f_B =$	(6) 	
(7) $f_1' =$		
$f_2' =$		
$T' =$		

問題 4

(1)	(2)	(3)	(4)
(5) 変化した・変化しなかった		(6)	(7)
(8)	(9) 小さい・大きい		(10)