平成24年度入学試験問題

医　学　科　(前　期)

数　　学

(注　意)

1. 問題冊子及び解答冊子は試験開始の合図があるまで開かないでください。
2. 問題は全部で3問題あります。すべての問題に解答してください。
3. 解答冊子は4ページあります。解答は解答冊子の所定の欄に記入してください。
   解答冊子の裏面は使用しないでください。
4. 解答冊子の4ページ目は使用しないでください。
5. 解答冊子のどのページも切り離さないでください。
6. 下書きは問題冊子の余白部分を使用してください。
7. 監督者の指示に従い，解答冊子の各ページの所定欄に受験番号・氏名をはっきり記入してください。
8. 解答冊子は持ち帰らないでください。
9. 問題冊子は持ち帰ってかまいません。

$\boxed{1}$ 次の問いに答えよ。

(1) 実数係数の二次方程式 $x^2 + 2bx + c = 0$ の解を α, β とする。この方程式が異なる2つの実数解を持たないとき，$\alpha + \beta + \alpha\beta$ の最小値を求めよ。

(2) $\dfrac{5\sqrt{2}}{3}$ が無理数であることを示せ。

(3) 動点 P が現在 x 軸上の原点にある。コイン1個とサイコロ1個を同時に投げ，コインが表であれば点 P はサイコロの目の数だけ正の方向に進み，コインが裏であればサイコロの目にかかわらず負の方向に2だけ進む。この試行を3回続けて行ったとき，点 P が原点にある確率を求めよ。

2 三角形 OAB で $\vec{a}=\overrightarrow{OA}$, $\vec{b}=\overrightarrow{OB}$, $|\vec{a}|=|\vec{b}|=1$, $\angle AOB=\dfrac{\pi}{6}$ とする。このとき次の問いに答えよ。

(1) 三角形 OAB の外接円の中心(外心) Q の位置ベクトル $\overrightarrow{OQ}$ を $\vec{a}$ と $\vec{b}$ で表せ。

(2) 頂点 O と A からそれぞれの対辺 AB と OB に下した垂線の交点(垂心)を H とするとき, $\overrightarrow{OH}$ を $\vec{a}$ と $\vec{b}$ で表せ。

(3) $|\overrightarrow{AB}|$ の値を求めよ。

(4) 三角形 OAB の内接円の中心(内心) P の位置ベクトル $\overrightarrow{OP}$ を $\vec{a}$ と $\vec{b}$ で表せ。

3 関数 $y=f(x)=x^3-\frac{3}{2}x^2+\frac{3}{2}$ に関して，次の問いに答えよ。

(1) $y=f(x)$ と $y=x$ のグラフを描け。

(2) $1<x_0<\frac{3}{2}$ に対して，$x_{n+1}=f(x_n)$ $(n=0, 1, 2, \cdots)$ を定義する。このとき，$x_n>x_{n+1}$ $(n=0, 1, 2, \cdots)$ を示せ。

(3) 数列 $\{a_n\}$ が単調減少で，ある実数 L に対して $a_n>L$ $(n=0, 1, 2, \cdots)$ ならば $\lim_{n\to\infty} a_n$ が存在する。このことを用いて，数列 $\{x_n\}$ の極限を求めよ。