

数 学 甲(数Ⅰ・数Ⅱ・数Ⅲ・数A・数B・数C)

この冊子には、問題として , , , が出題されている。
全問解答すること。

受 験 番 号

最後のページの受験番号欄にも受験番号を記入すること。

1 曲線 $y = \sqrt{x^2 - 1}$ ($x \geq 1$) 上の点 $P(a, b)$ ($a > 1$) での接線と y 軸との交点を Q とする。次の問に答えよ。(50 点)

問 1 点 Q の座標を b で表せ。

問 2 PQ^2 の最小値を求めよ。

(解答は次のページの解答欄に記入すること)

採 点 欄	
問 1	
問 2	
小計	

1 解答欄

問 1

問 2

2 N を2以上の自然数とする。1から N までの番号を1つずつ書いた N 枚のカードから2枚を同時に取り出し、そのうち大きい番号を X とし、小さい番号を Y とする。次の問に答えよ。(50点)

問1 i を1以上 N 以下の自然数とするとき、 $X=i$ となる確率 p_i および $Y=i$ となる確率 q_i を求めよ。

問2 X の期待値 E_1 および Y の期待値 E_2 を求めよ。

(解答は次のページの解答欄に記入すること)

採点欄	
問1	
問2	
小計	

2 解答欄

問 1

問 2

3 数列 $\{c_n\}$ を次のように定義する。

$$c_1 = 1, c_{n+1} = 1 + \frac{1}{2^{n+1}} + \frac{1}{3} \left(c_n + \frac{1}{4^{n+1}} \right) \quad (n = 1, 2, 3, \dots)$$

次の問に答えよ。(50点)

問 1 $n \geq 2$ のとき, $a_n = 1 + \frac{1}{2^n} + \frac{1}{3} \cdot \frac{1}{4^n}$ とする。このとき, $c_n = \frac{1}{3^{n-1}} + \sum_{i=2}^n \frac{a_i}{3^{n-i}}$ ($n = 2, 3, 4, \dots$) が成り立つことを示せ。

問 2 $\lim_{n \rightarrow \infty} c_n$ を求めよ。

(解答は次のページの解答欄に記入すること)

採点欄	
問 1	
問 2	
小計	

3 解答欄

問 1

問 2

4 $I_n = \int_0^{\frac{\pi}{4}} \tan^n \theta d\theta$ ($n = 1, 2, 3, \dots$) とするとき、次の間に答えよ。(50点)

問 1 I_1 および $I_n + I_{n+2}$ ($n = 1, 2, 3, \dots$) を求めよ。

問 2 不等式 $I_n \geq I_{n+1}$ ($n = 1, 2, 3, \dots$) を示せ。

問 3 $\lim_{n \rightarrow \infty} nI_n$ を求めよ。

(解答は次のページの解答欄に記入すること)

採点欄	
問 1	
問 2	
問 3	
小計	

4 解答欄

問 1

問 2

問 3

採 点 欄	
数 学 甲	
1	
2	
3	
4	
合 計	受 験 番 号