（前期日程）

平成25年度　数　学

問題の選択方法

- 教育学部，農学部，工学部環境建設工学科社会デザインコースの受験者は，
  $\boxed{1}$，$\boxed{2}$，$\boxed{3}$，$\boxed{4}$ の４問
- 理学部，工学部（環境建設工学科社会デザインコースを除く）の受験者は，
  $\boxed{4}$，$\boxed{5}$，$\boxed{6}$，$\boxed{7}$，$\boxed{8}$ の５問
- 医学部の受験者は，
  $\boxed{6}$，$\boxed{7}$，$\boxed{8}$，$\boxed{9}$，$\boxed{10}$ の５問

を解答すること。

注 意 事 項

1　試験開始の合図があるまで，この問題冊子の中を見てはいけません。

2　この問題冊子は，20ページあります。
　試験中に問題冊子の印刷不鮮明，ページの落丁・乱丁および解答用紙の汚れ等に気付いた場合は，手を挙げて監督者に知らせなさい。

3　解答は，すべて解答用紙の指定のところに記入しなさい。やむをえない場合は，解答用紙の裏も使用してよい。ただし，裏を使用する場合は，その旨を解答用紙の表に明記し，裏に書かれた指示に従って解答すること。

4　問題冊子の余白は下書きに使用してよい。

$\boxed{1}$ (教育学部・農学部・工学部環境建設工学科社会デザインコース)

次の問いに答えよ。

(1) θ が方程式

$$\cos 2\theta - 2\sin\theta = \frac{1}{2}$$

を満たすとき，$\sin\theta$ の値を求めよ。

(2) 不等式 $\log_{\frac{1}{2}}(2-x) < \log_{\frac{1}{4}}(2-x)$ を解け。

(3) x の多項式 $x^4 - px + q$ が $(x-1)^2$ で割り切れるとき，定数 p，q の値を求めよ。

(4) 空間内に 5 点 A，B，C，D，E があり，次の等式を満たしている。

$$\overrightarrow{\mathrm{EA}} + \overrightarrow{\mathrm{EB}} + \overrightarrow{\mathrm{EC}} + \overrightarrow{\mathrm{ED}} = \vec{0}$$

$$\overrightarrow{\mathrm{BC}} = \overrightarrow{\mathrm{AB}} + \overrightarrow{\mathrm{CD}}$$

$\overrightarrow{\mathrm{EB}}$ を $\overrightarrow{\mathrm{EA}}$ と $\overrightarrow{\mathrm{EC}}$ を用いて表せ。ただし，$\vec{0}$ は零ベクトルである。

（下 書 き 用 紙）

数学の試験問題は次ページに続く。

2 （教育学部・農学部・工学部環境建設工学科社会デザインコース）

2つの直線 $\ell_1 : y = -2x + 3$ と $\ell_2 : y = 5$ の交点をA，ℓ_2 と y 軸の交点をBとする。

(1) 点Aの座標を求めよ。

(2) Oを原点とする。3点O，A，Bを通る円の方程式を求めよ。

(3) (2)で求めた円を C_1 とし，円 $x^2 + y^2 = 4$ を C_2 とする。

(i) 点 (α, β) が C_1 と C_2 の交点であるとき

$$\alpha - 5\beta + 4 = 0$$

が成り立つことを示せ。

(ii) C_1 と C_2 の2つの交点を結ぶ線分の長さを求めよ。

（下 書 き 用 紙）

数学の試験問題は次ページに続く。

3 （教育学部・農学部・工学部環境建設工学科社会デザインコース）

$f(x)=x^2-x$ とする。

(1) 放物線 $y=f(x)$ と直線 $y=2x$ で囲まれた図形の面積を求めよ。

(2) (i) 関数 $y=f(x)$ と $y=2|x|$ のグラフの共有点の座標を求めよ。

(ii) 関数 $y=f(x)$ と $y=2|x|+k$ のグラフの共有点の個数が 2 となる定数 k の値の範囲を求めよ。

(下 書 き 用 紙)

数学の試験問題は次ページに続く。

4 （教育学部・農学部・理学部・工学部）

1から40までの番号をつけた40枚のカードが2組ある。これら80枚のカードを袋に入れてよくかき混ぜて，同時に3枚を取り出すとき，次の確率を求めよ。

(1) 3つの番号がすべて3の倍数である確率

(2) 3つの番号の積が3の倍数である確率

(3) 3つの番号の和が3の倍数である確率

（下 書 き 用 紙）

数学の試験問題は次ページに続く。

5 （理学部・工学部（環境建設工学科社会デザインコースを除く））

次の問いに答えよ。

(1) i を虚数単位とする。等式

$$(1+i)^{14}=a+bi$$

を満たす実数 a，b の値を求めよ。

(2) x の多項式 x^4-px+q が $(x-1)^2$ で割り切れるとき，定数 p，q の値を求めよ。

(3) θ が方程式

$$\cos 2\theta-2\sin\theta=\frac{47}{50}$$

を満たすとき，$\sin\theta$ の値を求めよ。

(4) 次の極限値を求めよ。

$$\lim_{x\to 0}\frac{\left(\sqrt{x^2+x+4}-\sqrt{x^2+4}\right)\sin 2x}{x^2}$$

(5) 空間内に 5 点 A，B，C，D，E があり，次の等式を満たしている。

$$\overrightarrow{\mathrm{EA}}+\overrightarrow{\mathrm{EB}}+\overrightarrow{\mathrm{EC}}+\overrightarrow{\mathrm{ED}}=\vec{0}$$

$$\overrightarrow{\mathrm{BC}}=\overrightarrow{\mathrm{AB}}+\overrightarrow{\mathrm{CD}}$$

$\overrightarrow{\mathrm{EB}}$ を $\overrightarrow{\mathrm{EA}}$ と $\overrightarrow{\mathrm{EC}}$ を用いて表せ。ただし，$\vec{0}$ は零ベクトルである。

（下 書 き 用 紙）

数学の試験問題は次ページに続く。

6 （理学部・工学部（環境建設工学科社会デザインコースを除く）・医学部）

数列$\{a_n\}$を次のように定める。

$$a_1 = 1,\ a_2 = 4,\ a_{n+2} = -a_{n+1} + 12a_n\ (n = 1, 2, 3, \cdots)$$

(1) $b_n = a_{n+1} - 3a_n\ (n = 1, 2, 3, \cdots)$とおく。数列$\{b_n\}$の一般項を求めよ。

(2) $c_n = a_{n+1} + 4a_n\ (n = 1, 2, 3, \cdots)$とおく。数列$\{c_n\}$の一般項を求めよ。

(3) $\{a_n\}$の一般項を求めよ。

(4) 極限値$\displaystyle\lim_{n\to\infty}\frac{a_{n+1}}{a_n}$を求めよ。

（下 書 き 用 紙）

数学の試験問題は次ページに続く。

7 （理学部・工学部（環境建設工学科社会デザインコースを除く）・医学部）

行列$\begin{pmatrix} \dfrac{5}{2} & -\dfrac{1}{4} \\ a & b \end{pmatrix}$で表される1次変換を$f$とする。$f$は3点A$(1,\ m)$，B$(0,\ 1)$，C$(m,\ -1)$に対して，次の2つの条件①，②を満たすものとする。ただし，Oは原点である。

① Aのfによる像はA自身である

② Bのfによる像をB$'$とすると，$\overrightarrow{\mathrm{BB'}}$と$\overrightarrow{\mathrm{OC}}$は垂直である

(1) a，b，mの値を求めよ。

(2) P$(x,\ y)$を任意の点とし，Pのfによる像をP$'$とする。$\overrightarrow{\mathrm{PP'}}$と$\overrightarrow{\mathrm{OC}}$の内積を求めよ。

(3) 点Q$(t,\ t^2-1)$のfによる像をQ$'$とする。$\left|\overrightarrow{\mathrm{QQ'}}\right|$の値が最小となる実数$t$の値を求めよ。

（下 書 き 用 紙）

数学の試験問題は次ページに続く。

8 （理学部・工学部（環境建設工学科社会デザインコースを除く）・医学部）

関数$f(x)$，$g(x)$を

$$f(x)=\int_1^x \log t\, dt$$

$$g(x)=\int_1^x te^{t-1}\, dt$$

で定める。ただし，$f(x)$は $x>0$ の範囲で考える。

(1) $f(x)$，$g(x)$を求めよ。

(2) $x>0$ のとき，$g(x)>g(-x)$が成り立つことを示せ。

(3) 実数a，bが$0<a<b$と$f(a)=f(b)$を満たすとき，次の(i)，(ii)，(iii)が成り立つことを示せ。

(i) $a<1<b$

(ii) $g(\log a)=g(\log b)$

(iii) $ab<1$

（下 書 き 用 紙）

数学の試験問題は次ページに続く。

9 (医学部)

原点をOとする座標空間内に3点A，B，Cがあり，次の条件①，②，③，④を満たすとする。

① Aはxy平面上の点で$\mathrm{OA}=1$

② B，Cはyz平面上の点で，y軸に関して対称である

③ △OABは正三角形である

④ A，B，Cはy軸上にない

(1) Bのy座標をtとするとき，tがとり得る値の範囲を求めよ。

(2) 四面体OABCの表面積の最大値を求めよ。

(3) 表面積が最大となる四面体OABCをx軸，y軸，z軸の周りに回転してできる立体の体積をそれぞれV_x，V_y，V_zとするとき，V_x，V_y，V_zを求めよ。

（下 書 き 用 紙）

数学の試験問題は次ページに続く。

10 （医学部）

1から40までの番号をつけた40枚のカードが2組ある。これら80枚のカードを袋に入れてよくかき混ぜて，同時に3枚を取り出すとき，次の確率を求めよ。

(1) 3つの番号がすべて3の倍数である確率

(2) 3つの番号の積が3の倍数である確率

(3) 3つの番号の和が3の倍数である確率

(4) 3つの番号の積が27の倍数である確率

(下 書 き 用 紙)