

# 数 学

(数Ⅰ，数Ⅱ，数Ⅲ，数A，数B，数C)

9：00～11：00

## 注 意

1. 試験開始の合図があるまで，この問題紙を開いてはならない。
2. 問題紙は3ページある。
3. 解答用紙は
 

|        |
|--------|
| 解答用紙番号 |
| 数学0—1  |

 (問①用)，
 

|        |
|--------|
| 解答用紙番号 |
| 数学0—2  |

 (問②用)，
 

|        |
|--------|
| 解答用紙番号 |
| 数学0—3  |

 (問③用)，
 

|        |
|--------|
| 解答用紙番号 |
| 数学0—4  |

 (問④用)，
 

|        |
|--------|
| 解答用紙番号 |
| 数学0—5  |

 (問⑤用)の5枚である。
4. 解答用紙は5枚とも全部必ず提出せよ。
5. 受験番号および座席番号(上下2箇所)は，監督者の指示に従って，すべての解答用紙の指定された箇所に必ず記入せよ。
6. 各問に対する解答は，それぞれ3で指定された解答用紙に記入せよ。  
ただし，裏面を使用してはならない。
7. 必要以外のことを解答用紙に書いてはならない。
8. 問題紙の余白は下書きに使用してもさしつかえない。
9. 問題紙・下書き用紙は回収しない。

## 解 答 上 の 注 意

採点時には，結果を導く過程を重視するので，必要な計算・論証・説明などを省かずに解答せよ。

(数Ⅰ, 数Ⅱ, 数Ⅲ, 数A, 数B, 数C)

1  $a$  と  $b$  を正の実数とする。  $y = a \cos x$  ( $0 \leq x \leq \frac{\pi}{2}$ ) のグラフを  $C_1$ ,  
 $y = b \sin x$  ( $0 \leq x \leq \frac{\pi}{2}$ ) のグラフを  $C_2$  とし,  $C_1$  と  $C_2$  の交点を  $P$  とする。

- (1)  $P$  の  $x$  座標を  $t$  とする。このとき,  $\sin t$  および  $\cos t$  を  $a$  と  $b$  で表せ。
- (2)  $C_1$ ,  $C_2$  と  $y$  軸で囲まれた領域の面積  $S$  を  $a$  と  $b$  で表せ。
- (3)  $C_1$ ,  $C_2$  と直線  $x = \frac{\pi}{2}$  で囲まれた領域の面積を  $T$  とする。  
このとき,  $T = 2S$  となるための条件を  $a$  と  $b$  で表せ。

2 座標平面上で, 直線  $y = x$  に関する対称移動を  $f$  とし, 実数  $c$  に対して, 直線  $y = cx$  に関する対称移動を  $g$  とする。また, 原点を中心とする  $120^\circ$  の回転移動を  $h$  とする。

- (1)  $f$  を表す行列, および  $h$  を表す行列を求めよ。
- (2)  $g$  を表す行列を求めよ。
- (3) 合成変換  $f \circ g$  が  $h$  になるように  $c$  の値を定めよ。

3 実数  $x, y, s, t$  に対し,  $z = x + yi$ ,  $w = s + ti$  とおいたとき,

$$z = \frac{w-1}{w+1}$$

をみたすとする。ただし,  $i$  は虚数単位である。

- (1)  $w$  を  $z$  で表し,  $s, t$  を  $x, y$  で表せ。
- (2)  $0 \leq s \leq 1$  かつ  $0 \leq t \leq 1$  となるような  $(x, y)$  の範囲  $D$  を座標平面上に図示せよ。
- (3) 点  $P(x, y)$  が  $D$  を動いたとき,  $-5x + y$  の最小値を求めよ。

**4** 次の規則に従って座標平面を動く点 P がある。2 個のサイコロを同時に投げて出た目の積を  $X$  とする。

- (i)  $X$  が 4 の倍数ならば、点 P は  $x$  軸方向に  $-1$  動く。
- (ii)  $X$  を 4 で割った余りが 1 ならば、点 P は  $y$  軸方向に  $-1$  動く。
- (iii)  $X$  を 4 で割った余りが 2 ならば、点 P は  $x$  軸方向に  $+1$  動く。
- (iv)  $X$  を 4 で割った余りが 3 ならば、点 P は  $y$  軸方向に  $+1$  動く。

たとえば、2 と 5 が出た場合には  $2 \times 5 = 10$  を 4 で割った余りが 2 であるから、点 P は  $x$  軸方向に  $+1$  動く。

以下のいずれの問題でも、点 P は原点  $(0, 0)$  を出発点とする。

- (1) 2 個のサイコロを 1 回投げて、点 P が  $(-1, 0)$  にある確率を求めよ。
- (2) 2 個のサイコロを 3 回投げて、点 P が  $(2, 1)$  にある確率を求めよ。
- (3) 2 個のサイコロを 4 回投げて、点 P が  $(1, 1)$  にある確率を求めよ。

**5** 区間  $-\infty < x < \infty$  で定義された連続関数  $f(x)$  に対して

$$F(x) = \int_0^{2x} t f(2x - t) dt$$

とおく。

- (1)  $F\left(\frac{x}{2}\right) = \int_0^x (x - s) f(s) ds$  となることを示せ。
- (2) 2 次導関数  $F''$  を  $f$  で表せ。
- (3)  $F$  が 3 次多項式で  $F(1) = f(1) = 1$  となるとき、 $f$  と  $F$  を求めよ。