

# 数 学

## 平成 25 年 度

### 入 学 試 験 問 題

受 験 番 号	
---------	--

#### 1. 注 意 事 項

- (1) 試験開始の合図があるまで、この問題冊子の中を見てはいけません。
- (2) この問題冊子は 14 ページあります。  
試験中に、問題冊子の印刷不鮮明、ページの落丁・乱丁および解答用紙の汚れなどに気づいた場合は、手を挙げて、監督者に知らせなさい。
- (3) 問題冊子のどのページも切り離してはいけません。
- (4) 問題冊子の表紙の受験番号欄に受験番号を記入しなさい。
- (5) 解答用紙には、氏名、受験番号の記入欄および受験番号のマーク欄があるので、それぞれ正しく記入し、マークしなさい。
- (6) 計算機能をもつ時計、計算器具などの使用は禁止します。使用している場合は不正行為とみなします。
- (7) 試験終了後、解答用紙はもちろん、問題冊子も持ち帰ってはいけません。

#### 2. 解 答 上 の 注 意

解答上の注意は、裏表紙にも記載してあるので、この問題冊子を裏返して必ず読みなさい。ただし、問題冊子を開いてはいけません。またマークシート左下に記載してある「注意事項」も読んでおきなさい。

- (1) 問題は  ,  ,  の 3 問あります。
- (2) 各問題文中の  ,  などの  には、数値または符号 ( + , - ) が入ります。これらを次の方法で、解答用紙の指定欄に、解答しなさい。

裏表紙につづく

解答上の注意のつづき

- (i) ア, イ, ウ, …… の1つ1つは, それぞれ, 0 から 9 までの数字, または, +, - のいずれか 1つに対応します。それらを, ア, イ, ウ, … で示された解答欄にマークしなさい。

〔例1〕 

ア
---

イウ
----

 に  $-30$  と答えたいときは,

ア	+	●	0	1	2	3	4	5	6	7	8	9
イ	+	-	0	1	2	●	4	5	6	7	8	9
ウ	+	-	●	1	2	3	4	5	6	7	8	9

- (ii) 分数の形の解答が求められているときは, 既約分数で, 分母が正の数になる形で答えなさい。

〔例2〕 

エ
---

オ
---

 / 

カ
---

 に  $-\frac{5}{6}$  と答えたいときは,

エ	+	●	0	1	2	3	4	5	6	7	8	9
オ	+	-	0	1	2	3	4	●	6	7	8	9
カ	+	-	0	1	2	3	4	5	●	7	8	9

解答を始めるまえに、つぎの解答上の注意のつづきを読みなさい。

解答上の注意のつづき

(i) 分数の形の解答枠に、整数の解答をしたいときは、分母が 1 の分数の

形になるように答えなさい。たとえば、 $\frac{\boxed{\text{ヤ}}}{\boxed{\text{ユ}}}$  の解答枠に 2 と答えたいときは、 $\frac{2}{1}$  と答えなさい。

(ii) 解答枠  $\boxed{\quad}$  に、解答枠の けた数 より少ない けた数 の整数を解答したいときは、数字が右づめで、その前を 0 でうめるような形で答えなさい。たとえば、 $\boxed{\text{ヨワ}}$  の解答枠に 2 と答えたいときは、02 と答えなさい。ヨの 0 をマークしないままにしておくと、間違いになります！  
(解答上の注意終)

1

(1) 次の規則により、点 P が  $x$  軸上を動くゲームがある。

最初、原点に点 P があり、点 P は各ステップ毎に、 $\frac{2}{3}$  の確率で  $x$  軸上を +1 進み、 $\frac{1}{3}$  の確率で  $x$  軸上を -1 進む。最初から  $n$  ステップ後の点 P の  $x$  座標を  $x_n$  とし、初めて  $|x_n| = 2$  となったときにゲームは終了する。

また、 $x_n = 0$  となる確率を  $p_n$ 、初めて  $|x_n| = 2$  となる確率を  $q_n$  とする。

(i)  $p_2 = \frac{\boxed{\text{ア}}}{\boxed{\text{イ}}}$ ,  $p_3 = \boxed{\text{ウ}}$ ,  $p_4 = \frac{\boxed{\text{エオ}}}{\boxed{\text{カキ}}}$  である。

(ii)  $q_2 = \frac{\boxed{\text{ク}}}{\boxed{\text{ケ}}}$ ,  $q_3 = \boxed{\text{コ}}$ ,  $q_4 = \frac{\boxed{\text{サシ}}}{\boxed{\text{スセ}}}$  である。

(iii) 3 以上の任意の整数  $n$  について、

$$p_n = \frac{\boxed{\text{ソ}}}{\boxed{\text{タ}}} p_{n-2}, \quad q_n = \frac{\boxed{\text{チ}}}{\boxed{\text{ツ}}} p_{n-2}$$

が成り立つ。

(iv) 最初から 6 ステップまでにゲームが終了する確率は  $\frac{\boxed{\text{テトナ}}}{\boxed{\text{ニヌネ}}}$  である。

(2)  $\triangle OAB$  の辺  $OB$  の中点を  $M$  とし、線分  $AM$  上に点  $K$  を  $AK:KM = 3:2$  となるようにとる。辺  $OA$  上に点  $P$ 、辺  $OB$  上に点  $Q$  があり、線分  $PQ$  上に点  $K$  があるとする。また、 $x > 0$ 、 $y > 0$  とし、

$$OP:PA = x:1-x, \quad OQ:QB = y:1-y$$

とする。このとき、

$$xy - \frac{\boxed{\text{ノハ}}}{\boxed{\text{ヒフ}}}x - \frac{\boxed{\text{ヘ}}}{\boxed{\text{ホ}}}y = \boxed{\text{マ}}$$

が成り立つ。また、 $\triangle OPQ$  の面積は  $x = \frac{\boxed{\text{ミ}}}{\boxed{\text{ム}}}$ 、 $y = \frac{\boxed{\text{メ}}}{\boxed{\text{モ}}}$  のとき最小となる。

2 関数  $f(x)$  を

$$f(x) = \frac{-x^2 + 3x - 5}{x - 1}$$

とする。  $y = f(x)$  のグラフを  $C$  とする。

(1)  $f(x)$  は

$$f(x) = -x \begin{array}{|c|} \hline \text{ア} \\ \hline \end{array} \begin{array}{|c|} \hline \text{イ} \\ \hline \end{array} \begin{array}{|c|} \hline \text{ウ} \\ \hline \end{array} \frac{\begin{array}{|c|} \hline \text{エ} \\ \hline \end{array}}{x \begin{array}{|c|} \hline \text{オ} \\ \hline \end{array} \begin{array}{|c|} \hline \text{カ} \\ \hline \end{array}}$$

と表すことができる。ここで、 $\begin{array}{|c|} \hline \text{ア} \\ \hline \end{array}$ 、 $\begin{array}{|c|} \hline \text{ウ} \\ \hline \end{array}$ 、 $\begin{array}{|c|} \hline \text{オ} \\ \hline \end{array}$  は、それぞれ、符号 +、- のいずれかである。

(2)  $f(x)$  は、

$$x = \begin{array}{|c|} \hline \text{キ} \\ \hline \end{array} \begin{array}{|c|} \hline \text{ク} \\ \hline \end{array} \sqrt{\begin{array}{|c|} \hline \text{ケ} \\ \hline \end{array}} \text{ で}$$

極小値  $\begin{array}{|c|} \hline \text{コ} \\ \hline \end{array} \begin{array}{|c|} \hline \text{サ} \\ \hline \end{array} \begin{array}{|c|} \hline \text{シ} \\ \hline \end{array} \sqrt{\begin{array}{|c|} \hline \text{ス} \\ \hline \end{array}}$  をとり、

$$x = \begin{array}{|c|} \hline \text{セ} \\ \hline \end{array} \begin{array}{|c|} \hline \text{ソ} \\ \hline \end{array} \sqrt{\begin{array}{|c|} \hline \text{タ} \\ \hline \end{array}} \text{ で}$$

極大値  $\begin{array}{|c|} \hline \text{チ} \\ \hline \end{array} \begin{array}{|c|} \hline \text{ツ} \\ \hline \end{array} \begin{array}{|c|} \hline \text{テ} \\ \hline \end{array} \sqrt{\begin{array}{|c|} \hline \text{ト} \\ \hline \end{array}}$  をとる。

ここで、 $\begin{array}{|c|} \hline \text{ク} \\ \hline \end{array}$ 、 $\begin{array}{|c|} \hline \text{サ} \\ \hline \end{array}$ 、 $\begin{array}{|c|} \hline \text{ソ} \\ \hline \end{array}$ 、 $\begin{array}{|c|} \hline \text{ツ} \\ \hline \end{array}$  は、それぞれ、符号 +、- のいずれかである。

(3)  $a$  を定数とする。方程式

$$-x^2 + 3x - 5 = a(x - 1)$$

が異なる 2 個の実数解をもつのは、定数  $a$  が

$$a < \begin{array}{|c|} \hline \text{ナ} \\ \hline \end{array} \begin{array}{|c|} \hline \text{ニ} \\ \hline \end{array} \begin{array}{|c|} \hline \text{ヌ} \\ \hline \end{array} \sqrt{\begin{array}{|c|} \hline \text{ネ} \\ \hline \end{array}}$$

$$\text{または } a > \begin{array}{|c|} \hline \text{ノ} \\ \hline \end{array} \begin{array}{|c|} \hline \text{ハ} \\ \hline \end{array} \begin{array}{|c|} \hline \text{ヒ} \\ \hline \end{array} \sqrt{\begin{array}{|c|} \hline \text{フ} \\ \hline \end{array}}$$

を満たすときである。ここで、 $\begin{array}{|c|} \hline \text{ニ} \\ \hline \end{array}$  と  $\begin{array}{|c|} \hline \text{ハ} \\ \hline \end{array}$  は、それぞれ、符号 +、- のいずれかである。

(4)  $C$  と直線  $y = x + 7$  で囲まれた図形上の点  $(x, y)$  に対して、  
 $-2x + y$  の最大値は  で、 $-2x + y$  の最小値は  である。

3  $f(x) = e^x \left( \frac{\sqrt{2}}{2} - \cos x \right)$  とする。

(1)  $a_0 = 0$  とする。また、 $f(x) = 0$  の負の解のうち、絶対値の最も小さい解を  $a_1$ 、次に小さい解を  $a_2$  とする。

(i)  $a_1 = -\frac{\boxed{\text{ア}}}{\boxed{\text{イ}}}\pi$ ,  $a_2 = -\frac{\boxed{\text{ウ}}}{\boxed{\text{エ}}}\pi$  である。

(ii)  $\int e^x \cos x dx = \frac{\boxed{\text{オ}}}{\boxed{\text{カ}}}\pi e^x (\sin x \boxed{\text{キ}} \cos x) + C$

が成り立つ。ただし、 $C$  は積分定数である。ここで、 $\boxed{\text{キ}}$  は符号  $+$ ,  $-$  のいずれかである。

(iii)  $A, B, D, E$  を定数として、

$$\int_{a_1}^{a_0} |f(x)| dx = \frac{1}{2} (A - \sqrt{B} + \sqrt{D} e^{E\pi})$$

と表すとき、

$$A = \boxed{\text{ク}}, B = \boxed{\text{ケ}}, D = \boxed{\text{コ}}, E = -\frac{\boxed{\text{サ}}}{\boxed{\text{シ}}}$$

である。

また、 $F, G$  を定数として、 $\int_{a_2}^{a_1} |f(x)| dx = Fe^{G\pi}$  と表すとき、

$$F = \frac{\sqrt{\boxed{\text{ス}}}}{2}, G = -\frac{\boxed{\text{セ}}}{\boxed{\text{ソ}}}$$

である。



(2)  $f'(x) = 0$  を満たす負の  $x$  を、絶対値の小さい順に  $b_1, b_2, \dots$  とするとき、

$$b_1 = -\frac{\boxed{\text{タチ}}}{\boxed{\text{ツテ}}}\pi, \quad b_2 = -\frac{\boxed{\text{トナ}}}{\boxed{\text{ニヌ}}}\pi$$

である。また、 $f(x)$  は  $n$  が偶数のとき  $x = b_n$  で  $\boxed{\text{ネ}}$  をとり、 $n$  が奇数のとき  $x = b_n$  で  $\boxed{\text{ノ}}$  をとる。ここで、 $\boxed{\text{ネ}}$ 、 $\boxed{\text{ノ}}$  は、それぞれ、極大値、極小値のいずれかであり、

極大値である場合は、解答欄の⑧を、

極小値である場合は、解答欄の⑨を

マークしなさい。