

平成 25 年度(前期日程)  
入学者選抜学力検査問題

# 数 学 ③

(数学Ⅰ・数学Ⅱ・数学Ⅲ・数学A・数学B・数学C)

試験時間 120分

医学部(医学科)

問 題	ページ
① ~ ④ .....	1 ~ 2

## 注 意 事 項

1. 試験開始の合図があるまで、この冊子を開いてはいけません。
2. 各解答紙に志望学部及び受験番号を必ず記入しなさい。  
なお、解答紙には、必要事項以外は記入してはいけません。
3. 試験開始後、この冊子又は解答紙に落丁・乱丁及び印刷の不鮮明な箇所などがあれば、手を挙げて監督者に知らせなさい。
4. この冊子の白紙と余白部分は、適宜下書きに使用してもかまいません。
5. 解答は、必ず指定された解答紙に記入しなさい。また裏面は採点の対象としません。
6. 試験終了後、解答紙は持ち帰ってはいけません。
7. 試験終了後、この冊子は持ち帰りなさい。

1  $X, Y$  は  $\{1, 2, 3, 4, 5, 6\}$  の空でない部分集合で、 $X \cap Y$  は空集合とする。また、 $n$  を自然数とする。A 君、B 君が以下のルールで対戦する。

- (i) 1 回目の対戦では、まず A 君がさいころを投げて、出た目が  $X$  に属するならば A 君の勝ちとする。出た目が  $X$  に属さなければ B 君がさいころを投げて、出た目が  $Y$  に属するならば B 君の勝ちとする。
- (ii) 1 回目の対戦で勝負がつかなかった場合は、1 回目と同じ方法で 2 回目以降の対戦を行い、どちらかが勝つまで続ける。ただし、 $n$  回対戦して勝負がつかなかった場合は引き分けにする。

以下の問いに答えよ。

- (問 1) さいころを投げたとき、 $X, Y$  に属する目が出る確率をそれぞれ  $p, q$  とする。A 君が勝つ確率を求めよ。
- (問 2) A 君が勝つ確率が、B 君が勝つ確率よりも大きくなるような集合の組  $(X, Y)$  は何通りあるか。

2  $O$  を原点とする空間内の 2 点  $A(-1, 1, 1), B(2, 1, -2)$  に対して、 $\vec{OA} \cdot \vec{OP} \geq 0$  かつ  $\vec{OB} \cdot \vec{OP} \geq 0$  を満たす平面  $OAB$  上の点  $P$  からなる領域を  $D$  とする。以下の問いに答えよ。

- (問 1) 実数  $k$  に対して、 $\vec{OQ} = k\vec{OA} + (1-k)\vec{OB}$  によって定まる点  $Q$  が領域  $D$  に含まれるとき、 $k$  の値の範囲を求めよ。
- (問 2) 点  $C$  を中心とする半径  $\sqrt{6}$  の円が領域  $D$  に含まれるとき、 $|\vec{OC}|$  が最小となる  $C$  の座標を求めよ。

3 半径1, 中心角 $\theta(0 < \theta < \pi)$ の扇形に内接する円の半径を $f(\theta)$ とおく。以下の問いに答えよ。

(問 1)  $f(\theta)$ を求めよ。

(問 2)  $0 < \theta < \pi$ の範囲で $f(\theta)$ は単調に増加し,  $f'(\theta)$ は単調に減少することを示せ。

(問 3) 定積分

$$\int_{\frac{\pi}{3}}^{\frac{\pi}{2}} f(\theta) d\theta$$

を求めよ。

4  $xy$ 平面上で, 点 $(1, 0)$ までの距離と $y$ 軸までの距離の和が2である点の軌跡を $C$ とする。以下の問いに答えよ。

(問 1)  $C$ で囲まれた部分の面積を求めよ。

(問 2)  $a$ を正の数とする。円 $x^2 + y^2 = a$ と $C$ の交点の個数が,  $a$ の値によってどのように変わるかを調べよ。