

平成 25 年度 入学試験問題 (前期日程)

数 学 甲(数Ⅰ・数Ⅱ・数Ⅲ・数A・数B・数C)

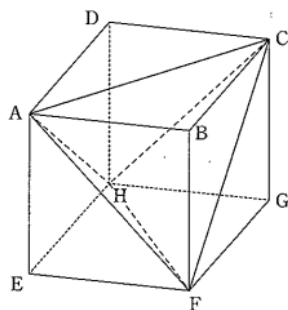
この冊子には、問題として **1**、**2**、**3**、**4** が出題されている。
全問解答すること。

1 次の問いに答えよ。(50点)

問 1 直径1の球を球の中心から距離 a の平面で切って二つの部分に分けたとき、中心を含まない部分の体積を求めよ。

ただし、 $0 < a < \frac{1}{2}$ とする。

問 2 一辺の長さが1である立方体 ABCD-EFGH を考える。この立方体に内接する球と正四面体 ACFH との共通部分の体積を求めよ。



2 xy 平面上の曲線 C は媒介変数 θ を用いて

$$x = \frac{2}{3}\sqrt{3}\cos\theta + \frac{\sqrt{6}}{3}\sin\theta, \quad y = \frac{\sqrt{3}}{3}\cos\theta - \frac{\sqrt{6}}{3}\sin\theta \quad (0 \leq \theta \leq \pi)$$

と表される。このとき、次の問いに答えよ。(50点)

問 1 曲線 C を表す x と y の関係式を求め、 xy 平面に図示せよ。

問 2 点 $(2, 0)$ から曲線 C に引いた接線の方程式と接点の座標を求めよ。

3

a を自然数とする。赤球 3 個、白球 a 個が入った袋から一つずつ順に取り出す操作をすべての球を取り出すまで繰り返す。ただし、取り出した球は元に戻さない。このとき、2 個目の赤球が出る前までに取り出した球の数を X とする。次の問いに答えよ。(50 点)

問 1 $a = 4$ とする。3 番目までに赤球が 1 個だけ出て、4 番目が赤球である確率を求めよ。

問 2 $X = n$ となる確率を p_n とする。 p_n が最大となる n の値を a を用いて表せ。

問 3 X の期待値を求めよ。

4 m を正の定数とする。次の問いに答えよ。(50 点)

問 1 xy 平面上に 2 点 $O(0, 0)$, $P(1, m)$ がある。このとき 2 点 Q, R の座標を, $\triangle OPQ, \triangle OPR$ がともに正三角形となるように定めよ。ただし, 点 Q は xy 平面上の $y > mx$ となる領域に, 点 R は xy 平面上の $y < mx$ となる領域に定めよ。

問 2 問 1 で定めた 3 点 P, Q, R について, 一次変換 f は点 P を同じ点 P に, 点 Q を点 R に移すものとする。この一次変換 f を表す行列 A を求めよ。