

前期日程

平成 25 年度入学試験問題（前期日程）

# 数 学

(医学部)

## ―――――― 解答上の注意事項 ―――――

1. 「解答始め」の合図があるまで問題を見てはならない。
2. 「解答始め」の合図があつたら、初めにすべての解答紙の所定欄に受験番号を記入すること。  
受験番号は算用数字で横書きとする。
3. 問題冊子 1 冊と解答冊子 1 冊（解答紙 4 枚および計算紙 1 枚）がある。
4. 問題は **[1]** から **[4]** まで 4 問ある。各問の解答は所定の解答紙に記入すること。
5. 解答しない問題がある場合でも、解答紙 4 枚すべてを提出すること。
6. 解答冊子の表紙および計算紙も提出すること。
7. 問題冊子は持ち帰ること。

**1**  $a_n = \frac{1}{2^n} \tan \frac{1}{2^n}$  ( $n = 1, 2, 3, \dots$ ) とする。このとき、次の間に答えよ。

(1)  $0 < \theta < \frac{\pi}{4}$  のとき、等式  $\frac{1}{2} \tan \theta = \frac{1}{2 \tan \theta} - \frac{1}{\tan 2\theta}$  を示せ。

(2) (1) を用いて、和  $\sum_{k=1}^n a_k$  を求めよ。

(3) 無限級数  $\sum_{k=1}^{\infty} a_k$  の和を求めよ。

2

$\alpha > 1$  とする。曲線  $C : y = x^\alpha$  ( $x > 0$ ) 上の点  $P(p, p^\alpha)$  における  $C$  の接線と  $y$  軸の交点を  $Q$  とし、 $x$  軸上に点  $R$  を  $PR = PQ$  をみたすようにとる。ただし、点  $R$  の  $x$  座標は点  $P$  の  $x$  座標より小さいものとする。このとき、次の間に答えよ。

(1) 点  $Q$  の  $y$  座標を求めよ。

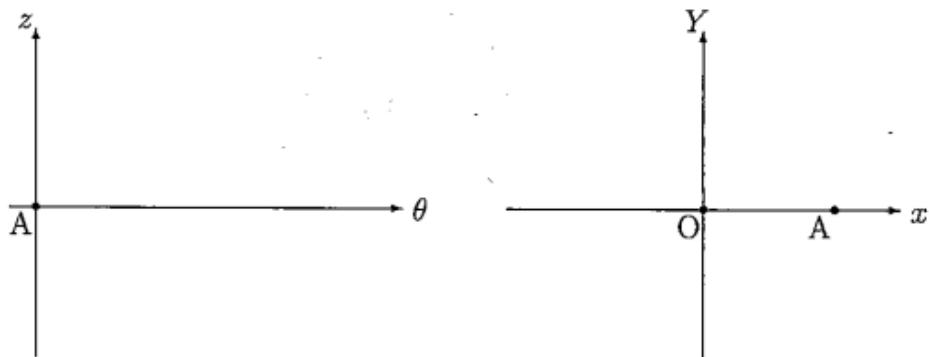
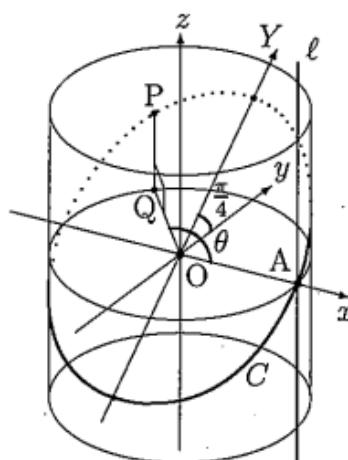
(2) 点  $R$  の  $x$  座標を求めよ。

(3)  $x$  軸と直線  $RP$  のなす鋭角を  $\theta$  とするとき、 $\lim_{p \rightarrow \infty} \theta = \frac{\pi}{4}$  をみたす  $\alpha$  の値を求めよ。

3

$x$  軸,  $y$  軸,  $z$  軸を座標軸, 原点を  $O$  とする座標空間において,  $z$  軸を中心軸とする半径 1 の円柱を考える。次に,  $x$  軸を含み  $xy$  平面とのなす角が  $\frac{\pi}{4}$  となる平面を  $\alpha$  とし, 平面  $\alpha$  による円柱の切り口の曲線を  $C$  とする。また, 点  $A(1, 0, 0)$  とする。さらに, 曲線  $C$  上の点  $P$  から  $xy$  平面に下ろした垂線を  $PQ$  とし,  $\angle A O Q = \theta$  ( $0 \leq \theta < 2\pi$ ) とする。このとき, 次の間に答えよ。

- (1) 点  $P$  の座標を  $\theta$  を用いて表せ。
- (2) 点  $A$  を通り  $z$  軸に平行な直線を  $\ell$  とする。 $\ell$  によって円柱の側面を切り開いた展開図の上に, 曲線  $C$  の概形をかけ。
- (3) 図のように, 平面  $\alpha$  と  $yz$  平面の交線を  $Y$  軸とする。 $xY$  平面における曲線  $C$  の方程式を求め, その概形をかけ。



4

関数  $f(x) = xe^{-2x}$  に関して次の間に答えよ。ただし、 $e$  は自然対数の底である。

- (1) 曲線  $y = f(x)$  の概形をかけ。必要ならば、 $\lim_{x \rightarrow \infty} xe^{-2x} = 0$  を使ってよい。
- (2) 曲線  $y = f(x)$  の接線のうちで傾きが最小となるものを  $\ell$  とする。その接線  $\ell$  の方程式と接点  $(a, f(a))$  を求めよ。
- (3)  $x < a$ において、接線  $\ell$  は曲線  $y = f(x)$  より常に上側にあることを証明せよ。ただし、 $a$  は(2)で求めたものとする。
- (4) 曲線  $y = f(x)$ 、接線  $\ell$ 、および  $y$  軸で囲まれた図形の面積  $S$  を求めよ。