平成25年度前期日程入学試験学力検査問題

平成25年2月26日

数　学

理　系
医学部医学科
医学部保健学科放射線技術科学専攻・
検査技術科学専攻

志望学部／学科／専攻	問題選択の指定	試験時間	指定解答用紙
理学部 医学部医学科 医学部保健学科放射線技術科学専攻 医学部保健学科検査技術科学専攻 歯学部 薬学部 工学部 農学部	4～6ページの $\boxed{1}$, $\boxed{2}$, $\boxed{3}$, $\boxed{4}$, $\boxed{5}$, $\boxed{6}$ を解答すること。	10：00～12：30 (150分)	Ⅰ，Ⅱ，Ⅲのマークの用紙（各表・裏）

注　意　事　項

1. **試験開始の合図があるまで，この問題冊子，解答用紙を開いてはいけない。**
2. この問題冊子は，6ページである。問題冊子の白紙のページや問題の余白は草案のために使用してよい。なお，ページの脱落，印刷不鮮明の箇所などがあった場合には申し出ること。
3. 解答は，必ず**黒鉛筆**(シャープペンシルも可)で記入し，ボールペン・万年筆などを使用してはいけない。
4. **解答用紙の受験記号番号欄(1枚につき2か所)には，忘れずに受験票と同じ受験記号番号をはっきりと判読できるように記入すること。**
5. 指定された問題以外の問題は，解答しないこと。解答しても採点の対象とはならない。
6. 解答は，必ず**解答用紙の指定された箇所**に記入すること。
7. **解答用紙を持ち帰ってはいけない。**
8. 試験終了後，この問題冊子は持ち帰ること。

――――このページは白紙――――

―――このページは白紙―――

前期：理学部・医学部(医学科，保健学科放射線技術科学専攻・検査技術科学専攻)・歯学部・薬学部・工学部・農学部

1 k を実数とする。3次式 $f(x) = x^3 - kx^2 - 1$ に対し，方程式 $f(x) = 0$ の3つの解を α，β，γ とする。$g(x)$ は x^3 の係数が1である3次式で，方程式 $g(x) = 0$ の3つの解が $\alpha\beta$，$\beta\gamma$，$\gamma\alpha$ であるものとする。

(1) $g(x)$ を k を用いて表せ。

(2) 2つの方程式 $f(x) = 0$ と $g(x) = 0$ が共通の解をもつような k の値を求めよ。

2 四面体 OABC において，$\mathrm{OA} = \mathrm{OB} = \mathrm{OC} = 1$ とする。

$\angle\mathrm{AOB} = 60^\circ$，$\angle\mathrm{BOC} = 45^\circ$，$\angle\mathrm{COA} = 45^\circ$ とし，$\vec{a} = \overrightarrow{\mathrm{OA}}$，$\vec{b} = \overrightarrow{\mathrm{OB}}$，$\vec{c} = \overrightarrow{\mathrm{OC}}$ とおく。点 C から面 OAB に垂線を引き，その交点を H とする。

(1) ベクトル $\overrightarrow{\mathrm{OH}}$ を $\vec{a}$ と $\vec{b}$ を用いて表せ。

(2) CH の長さを求めよ。

(3) 四面体 OABC の体積を求めよ。

◇M3(040—29)

3 A，Bの2人が，サイコロを1回ずつ交互に投げるゲームを行う。自分の出したサイコロの目を合計して先に6以上になった方を勝ちとし，その時点でゲームを終了する。Aから投げ始めるものとし，以下の問いに答えよ.

(1) Aがちょうど2回投げてAが勝ちとなる確率を求めよ。

(2) Bがちょうど2回投げてBが勝ちとなる確率を求めよ。

(3) Bがちょうど3回投げて，その時点でゲームが終了していない確率を求めよ。

4 数列$\{a_n\}$，$\{b_n\}$を

$$a_n = \int_{-\frac{\pi}{6}}^{\frac{\pi}{6}} e^{n\sin\theta}\,d\theta,\quad b_n = \int_{-\frac{\pi}{6}}^{\frac{\pi}{6}} e^{n\sin\theta}\cos\theta\,d\theta \quad (n = 1,\ 2,\ 3,\ \cdots)$$

で定める。ただし，eは自然対数の底とする。

(1) 一般項b_nを求めよ。

(2) すべてのnについて，$b_n \leqq a_n \leqq \dfrac{2}{\sqrt{3}}\,b_n$が成り立つことを示せ。

(3) $\displaystyle\lim_{n\to\infty}\frac{1}{n}\log(na_n)$を求めよ。ただし，対数は自然対数とする。

5 2次の正方行列Aを$A=\begin{pmatrix} -\frac{1}{\sqrt{2}} & -\frac{1}{\sqrt{2}} \\ \frac{1}{\sqrt{2}} & -\frac{1}{\sqrt{2}} \end{pmatrix}$で定める。$n=1,\ 2,\ 3,\ \cdots$ に対して，点$\mathrm{P}_n(x_n,\ y_n)$を関係式

$$\begin{pmatrix} x_n \\ y_n \end{pmatrix} = A\begin{pmatrix} x_{n-1} \\ y_{n-1} \end{pmatrix} + \begin{pmatrix} 1 \\ 0 \end{pmatrix} \quad (n=1,\ 2,\ 3,\ \cdots)$$

で定める。ただし，$x_0=1$，$y_0=0$とする。

(1) A^4を求めよ。

(2) $n=0,\ 1,\ 2,\ \cdots$に対して，

$$\begin{pmatrix} x_n \\ y_n \end{pmatrix} = (E-A^{n+1})(E-A)^{-1}\begin{pmatrix} 1 \\ 0 \end{pmatrix}$$

が成り立つことを示せ。ただし，Eは2次の単位行列とする。

(3) 原点OからP_nまでの距離OP_nが最大となるnを求めよ。

6 半径1の円を底面とする高さ$\frac{1}{\sqrt{2}}$の直円柱がある。底面の円の中心をOとし，直径を1つ取りABとおく。ABを含み底面と45°の角度をなす平面でこの直円柱を2つの部分に分けるとき，体積の小さい方の部分をVとする。

(1) 直径ABと直交し，Oとの距離がt $(0 \leqq t \leqq 1)$であるような平面でVを切ったときの断面積$S(t)$を求めよ。

(2) Vの体積を求めよ。