

数 学

教育学部[数学(口)]

医学部医学科

工学部

問 題 冊 子

注意事項

1. 試験開始の合図があるまで、問題冊子を開かないこと。
2. 本冊子は 5 ページで、解答用紙は 5 枚である。
落丁、乱丁、印刷不鮮明などの箇所があった場合には、ただちに試験監督者に申し出ること。
3. 受験番号は、5 枚の解答用紙のそれぞれの指定箇所に必ず記入すること。
4. 問題は、大問 5 題である。
5. 解答は、解答用紙の指定箇所に記入すること。(ただし、やむをえない場合は裏面にまわってよい。)
6. 問題用紙の余白は計算に用いてよい。
7. 解答用紙は持ち帰らないこと。
8. 問題冊子は持ち帰ること。
9. 大問ごとに、満点に対する配点の比率(%)を表示してある。

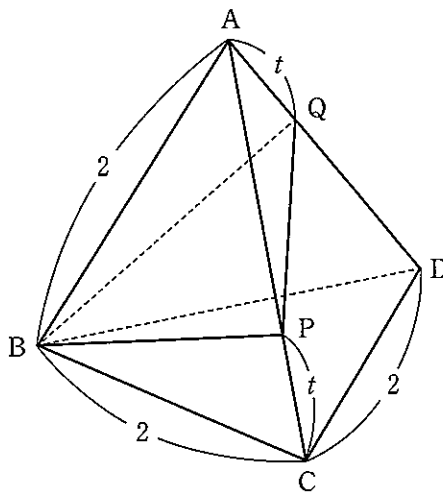
教育学部[数学(口)]

医学部医学科

工学部

1 t は実数で $0 < t < 2$ とする。図のように、1 辺の長さが 2 の正四面体 $ABCD$ の辺 AC 上に点 P があり、辺 AD 上に点 Q がある。 $CP = AQ = t$ のとき、以下の問に答えよ。

- (1) 線分 BP , PQ , QB の長さを、それぞれ t を用いて表せ。
- (2) t が $0 < t < 2$ の範囲を変化するとき、三角形 BPQ の 3 辺の長さの和の最小値を求めよ。
- (3) 三角錐 $ABPQ$ の体積を t を用いて表せ。
- (4) t が $0 < t < 2$ の範囲を変化するとき、三角錐 $ABPQ$ の体積の最大値を求めよ。



(配点比率 20 %)

2 サイコロを3回振り、出た目を順に a, b, c とする。関数 $f(x)$ を

$$f(x) = 3ax^2 - 2bx + 3c$$

と定める。以下の問に答えよ。

- (1) 方程式 $f(x) = 0$ が $x = 1$ を解にもつ確率を求めよ。
- (2) 方程式 $f(x) = 0$ が異なる2つの実数解をもつ確率を求めよ。
- (3) 方程式 $f(x) = 0$ が異なる2つの実数解をもつような (a, b, c) の組について考える。このとき、 x 軸と曲線 $y = f(x)$ で囲まれる図形の面積 S を a, b, c を用いて表せ。また、 S の最大値を求めよ。

(配点比率 20%)

3 2014^{10} に関して、以下の問に答えよ。ただし、必要ならば $7^9 = 40353607$ および $7^{10} = 282475249$ を用いてよい。

- (1) 2014^{10} の十の位の数字を求めよ。
- (2) 2014^{10} の十万の位の数字を求めよ。
- (3) 2014^{10} の上 3 桁の数字を求めよ。

(配点比率 20 %)

4 行列 I, J, O をそれぞれ $I = \begin{pmatrix} 1 & 0 \\ 0 & 1 \end{pmatrix}$, $J = \begin{pmatrix} 0 & -1 \\ 1 & 0 \end{pmatrix}$, $O = \begin{pmatrix} 0 & 0 \\ 0 & 0 \end{pmatrix}$ とする。また、実

数 a, b を用いて $aI + bJ$ と表される行列全体の集合を U とおく。

行列 A, B が U に属するとき、以下の間に答えよ。

- (1) AB は U に属することを示せ。
- (2) $AB = BA$ であることを示せ。
- (3) $AB = O$ と仮定する。このとき $A = O$ または $B = O$ であることを示せ。
- (4) $A^4 + I = O$ をみたす A をすべて求めよ。

(配点比率 20%)

5 n を正の整数とし、 $x \geq 0$ とする。以下の間に答えよ。

(1) $r_n(x) = e^x - \left(1 + x + \frac{1}{2!}x^2 + \cdots + \frac{1}{n!}x^n\right)$ とする。 $r_n(x) \geq 0$ を n に関する数学的帰納法を使って示せ。

(2) $\lim_{x \rightarrow \infty} x^n e^{-x} = 0$ を示せ。

(3) $t \geq 0$ とし、 $f(t) = \int_0^t x^n e^{-x} dx$ とする。 $\lim_{t \rightarrow \infty} f(t)$ を求めよ。

(配点比率 20%)