

数 学

(数Ⅰ, 数Ⅱ, 数Ⅲ, 数A, 数B, 数C)

9 : 00 ~ 11 : 00

注 意

1. 試験開始の合図があるまで, この問題紙を開いてはならない。
2. 問題紙は 3 ページある。
3. 解答用紙は

解答用紙番号
数学 0—1

 (問 \square 用),

解答用紙番号
数学 0—2

 (問 \square 用),

解答用紙番号
数学 0—3

 (問 \square 用),

解答用紙番号
数学 0—4

 (問 \square 用),

解答用紙番号
数学 0—5

 (問 \square 用) の 5 枚である。
4. 解答用紙は 5 枚とも全部必ず提出せよ。
5. 受験番号および座席番号(上下 2 箇所)は, 監督者の指示に従って, すべての解答用紙の指定された箇所に必ず記入せよ。
6. 各問に対する解答は, それぞれ 3 で指定された解答用紙に記入せよ。
ただし, 裏面を使用してはならない。
7. 必要以外のことを解答用紙に書いてはならない。
8. 問題紙の余白は下書きに使用してもさしつかえない。
9. 問題紙・下書き用紙は回収しない。

解 答 上 の 注 意

採点時には, 結果を導く過程を重視するので, 必要な計算・論証・説明などを省かずに解答せよ。

1 $f(x) = x^4 - 4x^3 - 8x^2$ とする。

- (1) 関数 $f(x)$ の極大値と極小値、およびそのときの x を求めよ。
- (2) 曲線 $y = f(x)$ に 2 点 $(a, f(a))$ と $(b, f(b))$ ($a < b$) で接する直線の方程式を求めよ。

2 四面体 $OABC$ は、 $OA = OB = OC = 1$ 、 $\angle AOB = \angle BOC = \angle COA = 90^\circ$ をみたく。辺 OA 上の点 P と辺 OB 上の点 Q を $OP = p$ 、 $OQ = q$ 、 $pq = \frac{1}{2}$ となるようにとる。 $p + q = t$ とし、 $\triangle CPQ$ の面積を S とする。

- (1) t のとり得る値の範囲を求めよ。
- (2) S を t で表せ。
- (3) S の最小値、およびそのときの p 、 q を求めよ。

3 逆行列をもつ 2 次の正方行列、 A_1, A_2, A_3, \dots が、関係式

$$A_{n+1}A_n = A_n + 2E \quad (n = 1, 2, 3, \dots)$$

をみたくとする。さらに $A_1 + E$ は逆行列をもつとする。ここで E は 2 次の単位行列とする。

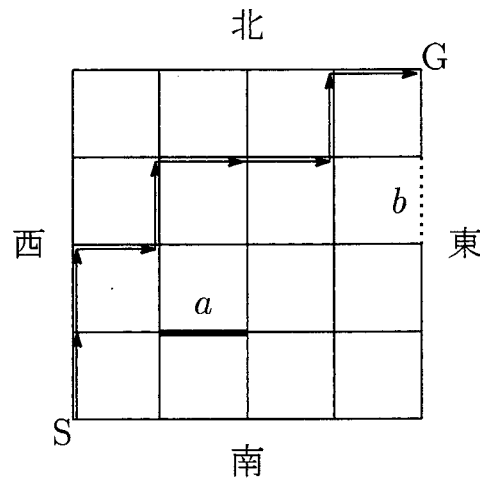
- (1) すべての自然数 n に対して $A_n + E$ は逆行列をもち、

$$(A_{n+1} + E)^{-1} = \frac{1}{2}A_n(A_n + E)^{-1}$$

が成立することを示せ。

- (2) $B_n = (2E - A_n)(A_n + E)^{-1}$ により、行列 B_n を定める。 B_{n+1} と B_n との間に成立する関係式を求め、 B_n を B_1 と n を用いて表せ。

- 4 図のような格子状の道路がある。S地点を出発して、東または北に進んでG地点に到達する経路を考える。ただし太い実線で描かれた区間 a を通り抜けるのに1分、点線で描かれた区間 b を通り抜けるのに8分、それ以外の各区間を通り抜けるのに2分かかるものとする。たとえば、図の矢印に沿った経路ではSを出発しGに到達するまでに16分かかる。



- (1) a を通り抜ける経路は何通りあるか。
- (2) a を通り抜けずに b を通り抜ける経路は何通りあるか。
- (3) すべての経路から任意に1つ選んだとき、S地点からG地点に到達するのにかかる時間の期待値を求めよ。

5 $f(x) = \int_x^{x+\frac{\pi}{3}} |\sin \theta| d\theta$ とおく。

- (1) $f'(x)$ を求めよ。
- (2) $0 \leq x \leq \pi$ における $f(x)$ の最大値と最小値、およびそのときの x を求めよ。