

平成26年度個別学力試験問題

数 学

(医 学 科)

解答時間 80分

配 点 100点

注意事項

1. 試験開始の合図があるまで、この問題冊子の中を見てはいけません。
2. 受験番号及び氏名を解答用紙の所定の欄に記入してください。
3. 解答は解答用紙の指定された解答欄に記入してください。
解答用紙の裏面は使用しないでください。
4. 解答冊子の4ページ目は使用しないでください。
5. 解答冊子はどのページも切り離さないでください。
6. 下書きは問題冊子の余白部分を使用してください。
7. 試験時間中に問題冊子及び解答用紙の印刷不鮮明、ページの落丁及び汚損等に気が付いた場合は、手を挙げて監督者に知らせてください。
8. 解答用紙は持ち帰らないでください。
9. 問題冊子は持ち帰ってもかまいません。

1 次の各問いに答えなさい。

- (1) n 本中 k 本の当たりが入ったクジを n 人で順番に引く。引いたクジは元に戻さないとして、 i 番目にクジを引く人の当たる確率が $\frac{k}{n}$ であることを示しなさい。ただし、 $0 < k < n$ とする。
- (2) 関数 $y_1 = \sin x$ と $y_2 = 2 \sin(a - x)$ について、 $y = y_1 + y_2$ の最大値が $\sqrt{7}$ になるとき、定数 a の値を求めなさい。
- (3) 放物線 $y = ax^2$ と直線 $y = bx$ で囲まれる部分の面積を 2 等分する直線 $x = p$ を求めなさい。ただし、 $a, b > 0$ とする。

2 数列の和について次の一連の問いに答えなさい。

(1) $\sum_{k=1}^n k = \frac{1}{2} n(n+1)$ を示しなさい。

(2) 多項式 $(k+1)^3 - k^3$ の展開を利用して $\sum_{k=1}^n k^2 = \frac{1}{6} n(n+1)(2n+1)$ を示しなさい。

(3) $\sum_{k=1}^n k^3 = \frac{1}{4} n^2(n+1)^2$ を示しなさい。

(4) $\sum_{k=1}^n k^4$ を求めなさい。結果は因数分解すること。

3 次の一連の問いに答えなさい。

(1) 自然数 m に対して, $x > 0$ のとき $e^x > \frac{x^m}{m!}$ であることを示しなさい。

(2) 自然数 n に対して, $\lim_{x \rightarrow \infty} \frac{x^n}{e^x} = 0$ を示しなさい。

(3) 自然数 n に対して $\Gamma_K(n) = \int_0^K x^{n-1} e^{-x} dx$ とするとき, $\lim_{K \rightarrow \infty} \Gamma_K(n)$ を求めなさい。