

平成 27 年度(前期日程)
入学者選抜学力検査問題

数 学 ③

(数学Ⅰ・数学Ⅱ・数学Ⅲ・数学A・数学B)

試験時間 120 分

医学部(医学科)

問 題	ページ
① ~ ④	1 ~ 2

注 意 事 項

1. 試験開始の合図があるまで、この冊子を開いてはいけません。
2. 各解答紙に志望学部及び受験番号を必ず記入しなさい。
なお、解答紙には、必要事項以外は記入してはいけません。
3. 試験開始後、この冊子又は解答紙に落丁・乱丁及び印刷の不鮮明な箇所などがあれば、手を挙げて監督者に知らせなさい。
4. この冊子の白紙と余白部分は、適宜下書きに使用してもかまいません。
5. 解答は、必ず指定された解答紙に記入しなさい。また裏面は採点の対象としません。
6. 試験終了後、解答紙は持ち帰ってはいけません。
7. 試験終了後、この冊子は持ち帰りなさい。

1 $\triangle ABC$ の 3 辺の長さを $BC = a$, $AC = b$, $AB = c$ とし, 条件

$$a + b + c = 1, \quad 9ab = 1$$

が成り立つとする。以下の問いに答えよ。

(問 1) a の値の範囲を求めよ。

(問 2) $\theta = \angle C$ とするとき, $\cos \theta$ の値の範囲を求めよ。

2 p, q, r を実数とする。空間内の 3 点 $A(1, p, 0)$, $B(q, 1, 1)$, $C(-1, -1, r)$ が一直線上にあるとき, 以下の問いに答えよ。ただし, O を原点とする。

(問 1) p は 1 でも -1 でもないことを示せ。

(問 2) q, r を p を用いて表せ。

(問 3) p', q', r' を実数とし, 空間内の 3 点を $A'(1, p', 0)$, $B'(q', 1, 1)$, $C'(-1, -1, r')$ とする。ベクトル $\overrightarrow{OA'}$, $\overrightarrow{OB'}$, $\overrightarrow{OC'}$ がいずれもベクトル \overrightarrow{AB} に垂直であるとき, p', q', r' を p を用いて表せ。

(問 4) (問 3)における 3 点 A', B', C' は一直線上にないことを示せ。

3 a と b を正の実数とする。△ABC において、 $\angle B$ と $\angle C$ は鋭角とする。点 A を通り辺 BC に直交する直線を引き、辺 BC との交点を X_1 とし、線分 AX_1 の長さを 1 とする。また、 $BX_1 = a$ 、 $CX_1 = b$ とする。各 $n = 1, 2, 3, \dots$ に対して以下の操作を行う。

辺 BC 上の点 X_n を通り辺 AC に平行な直線を引き、辺 AB との交点を Y_n とする。また、点 Y_n を通り辺 BC に平行な直線を引き、辺 AC との交点を Z_n とする。点 Z_n を通り辺 BC に直交する直線を引き、辺 BC との交点を X_{n+1} とする。

線分 $Z_n X_{n+1}$ の長さを l_n とするとき、以下の問いに答えよ。

(問 1) l_1 を a, b を用いて表せ。

(問 2) l_{n+1} を l_n, a, b を用いて表せ。

(問 3) $b = 8a$ のとき、 $l_n > \frac{1}{2}$ となる最小の奇数 n を求めよ。必要ならば、 $3.169 < \log_2 9 < 3.17$ を用いてよい。

4 r を正の実数とする。数列 $\{a_n\}$ を

$$a_n = \int_0^{n\pi} e^{-rx} |\sin x| dx \quad (n = 1, 2, 3, \dots)$$

と定めるとき、以下の問いに答えよ。

(問 1) $a_{n+1} - a_n$ を求めよ。

(問 2) $\{a_n\}$ の一般項を求めよ。

(問 3) $\lim_{n \rightarrow \infty} a_n$ を r を用いて表せ。

(問 4) (問 3) で求めた r の式を $f(r)$ とおく。 $\lim_{r \rightarrow +0} rf(r)$ を求めよ。