平成27年度入学試験問題

数　　学

（前　期　日　程）

	学　部　等	ページ	解答用紙枚数
1	工　学　部 **【試験科目　数学Ⅰ・数学Ⅱ・数学Ⅲ・数学A・数学B】**	1～ 5	4
2	医　学　部 **【試験科目　数学Ⅰ・数学Ⅱ・数学Ⅲ・数学A・数学B】**	6～11	5
3	教育文化学部（中学数学） **【試験科目　数学Ⅰ・数学Ⅱ・数学Ⅲ・数学A・数学B】**	12～17	5
4	教育文化学部（初等教育・中学社会・中学理科・中学技術・中学家庭・特別支援・社会システム） 農　学　部 **【試験科目　数学Ⅰ・数学Ⅱ・数学A・数学B】**	18～21	3

注　意　事　項

1. 試験開始の合図があるまで，この問題冊子を開かないこと。
2. 上記の1から4のうち，志願したものを選び解答すること。1から4のそれぞれの初めのページに注意事項が記載されているので，試験開始後，よく読んで解答を始めること。
3. すべての解答用紙の受験番号欄に受験番号を記入すること。受験番号が正しく記入されていない場合は，採点できないことがある。
4. 指定されたもの以外を解答しても，採点の対象とはしないので，十分注意すること。また，解答は解答用紙の指定された解答欄に記入すること。
5. 試験中に問題冊子および解答用紙の印刷不鮮明，ページの落丁および汚損等がある場合は，手を挙げて監督者に知らせること。
6. 試験終了後，問題冊子は持ち帰ること。

教育文化学部

(中学数学)

(数学Ⅰ・数学Ⅱ・数学Ⅲ・数学A・数学B)

注 意 事 項

1. 問題は，1，2，3，4および5の5問ある。これら5問をすべて解答すること。

2. 解答は問題ごとに指定された解答用紙の解答欄に記入すること。解答欄が不足する場合は，「裏面に続く」と書き，裏面の枠内を使用すること。

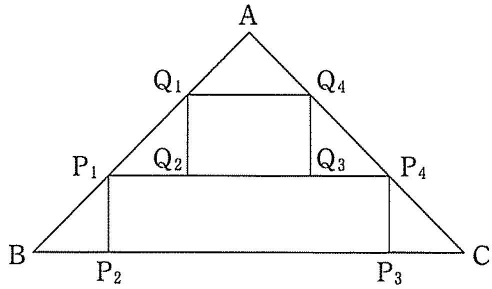
教育文化学部（中学数学）

1 四面体OABCの3辺OA，AB，BC上に，それぞれ点P，Q，Rがある。$\mathrm{OP}=\mathrm{PA}$，$\mathrm{AQ}=2\,\mathrm{QB}$とし，点Rは点Bとは異なるものとする。△PQRの重心をHとするとき，次の各問に答えよ。ただし，$\vec{a}=\overrightarrow{\mathrm{OA}}$，$\vec{b}=\overrightarrow{\mathrm{OB}}$，$\vec{c}=\overrightarrow{\mathrm{OC}}$とする。

(1) $\overrightarrow{\mathrm{OH}}$を，$\vec{a}$，$\vec{b}$，$\overrightarrow{\mathrm{OR}}$を用いて表せ。

(2) △ABCの重心をGとする。3点O，G，Hが同一直線上にあるとき，$\overrightarrow{\mathrm{OR}}$を，$\vec{b}$，$\vec{c}$を用いて表せ。

2 右図の△ABCは，$\angle A = 90^\circ$で$AB = 1$の直角二等辺三角形である。この△ABCの中に右図のように長方形$P_1P_2P_3P_4$と長方形$Q_1Q_2Q_3Q_4$をおき，頂点P_1とQ_1が線分AB上に，頂点P_4とQ_4が線分AC上にあるようにする。さらに，頂点P_2とP_3がともに線分BC上に，頂点Q_2とQ_3がともに線分P_1P_4上にあるようにする。$x = BP_2$，$y = P_1Q_2$とするとき，次の各問に答えよ。



(1) 長方形$P_1P_2P_3P_4$の面積と長方形$Q_1Q_2Q_3Q_4$の面積の和を，xとyを用いて表せ。

(2) xの値を固定してyの値を変化させるとき，長方形$P_1P_2P_3P_4$の面積と長方形$Q_1Q_2Q_3Q_4$の面積の和の最大値を$S(x)$とおく。このとき，$S(x)$を，xを用いて表せ。

(3) xの値を変化させるとき，(2) で求めた$S(x)$の最大値を求めよ。

3 次の各問に答えよ。ただし，$\log x$ は x の自然対数を表す。

(1) 次の関数を微分せよ。

(a) $y = \sin(\cos x)$　　　(b) $y = \dfrac{e^{2x}}{x+1}$

(2) 次の定積分の値を求めよ。

(a) $\displaystyle\int_0^{\pi} |\sin x \cos x|\, dx$　　　(b) $\displaystyle\int_0^{\frac{1}{2}} \frac{x^3+2x^2-3}{x^2-1}\, dx$

(c) $\displaystyle\int_0^{1} \left(\frac{1}{\sqrt{4-x^2}} + \sqrt{\frac{3}{4-3x^2}} \right) dx$　　　(d) $\displaystyle\int_1^{2} x^3 \log x\, dx$

4 座標平面上に点Pがあり，次のルールにより，点Pは移動する。

a，b，c の文字がそれぞれ1つずつ書かれた球3個が入った袋から，1個取り出してそこに書かれている文字を読み，その文字が

a のとき，点Pは x 軸の正の方向へ1だけ移動し，

b のとき，点Pは x 軸の負の方向へ1だけ移動し，

c のとき，点Pは y 軸の正の方向へ1だけ移動する。

最初，点Pは原点Oにあるものとする。この試行を，取り出した球を元に戻しながら，5回続けて行う。例えば，これによって得られた5個の文字が順に $b \to a \to c \to c \to a$ であるとすれば，上のルールにより，点Pの位置の座標は，

$$(0,\ 0) \to (-1,\ 0) \to (0,\ 0) \to (0,\ 1) \to (0,\ 2) \to (1,\ 2)$$

と変化する。

このとき，次の各問に答えよ。

(1) y 軸上で点Pの移動が終了する場合，終了したときの位置の座標をすべて求めよ。

(2) 点Pの移動が終了する位置の相異なる座標の個数を求めよ。

(3) 点Pの移動が終了する位置の座標 $(x,\ y)$ が $|x| \leqq 1$，$1 \leqq y \leqq 2$ となる確率を求めよ。

5 初項 $a_1 = 0$ と漸化式

$$a_{n+1} = (1-r)r^{n-1} + r^2 a_n \quad (n = 1, 2, 3, \cdots)$$

によって与えられる数列 $\{a_n\}$ について，次の各問に答えよ。ただし，$r \neq 0$，$r \neq 1$ とする。

(1) a_2，a_3，a_4 を，r を用いてそれぞれ表せ。

(2) 第 n 項 a_n を推測して，それが正しいことを，数学的帰納法を用いて証明せよ。

(3) $\sum_{k=1}^{n} a_k$ を計算し，r，n を用いて表せ。