

平成27年度入試  
個別学力試験問題（前期日程）

数 学

〔医学部医学科〕  
〔総合理工学部数理・情報システム学科〕

学部・学科	問題
医学部医学科	1, 3, 4, 5
総合理工学部数理・情報システム学科	2, 3, 4, 5

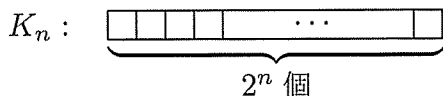
注 意

1. 問題紙は指示があるまで開いてはいけません。
2. 問題紙は3ページ、解答用紙は4枚です。指示があってから確認し、解答用紙の所定の欄に受験番号を記入してください。
3. 医学部医学科の受験生は1, 3, 4, 5の問題を、総合理工学部数理・情報システム学科の受験生は2, 3, 4, 5の問題を解答してください。
4. 答えはすべて解答用紙の所定のところに記入してください。
5. 解答用紙の裏面は使わないでください。
6. 各問題とも必ず解答の過程を書き、結論を明示してください。  
小問に分けられているときは、小問の結論を明示してください。
7. 解答用紙は持ち帰ってはいけません。
8. 試験終了後、問題紙は持ち帰ってください。

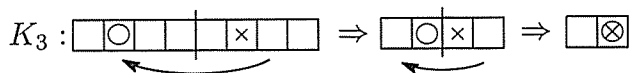




1 (医学部医学科用問題)  $n$  を自然数とする。下図のように、同じ大きさの正方形のマスが  $2^n$  個描かれた透明なシート  $K_n$  を使って次のゲームを行う。



まず、1 から  $2^n$  までの自然数の中から無作為に一つ選ぶ試行を 2 回行い、1 回目に選ばれた自然数を  $x_1$ 、2 回目に選ばれた自然数を  $x_2$  とする ( $x_1 = x_2$  となることもある)。このとき、 $K_n$  の左から  $x_1$  個目のマスに  $\circ$  を記入し、左から  $x_2$  個目のマスに  $\times$  を記入する。次に、このシートを中央の線 (左右のマス数が等しくなるような縦の線) で折り畳むという操作を繰り返し行い、 $\circ$  が書かれたマスと  $\times$  が書かれたマスが重なったときゲームを終了する。ゲームが  $k$  回の操作で終了したとき、得点を  $k$  とする。例えば、 $n = 3, x_1 = 2, x_2 = 6$  のとき、下図のようになり、得点は 2 となる。



ただし、 $\circ, \times$  が始めから同じマスにある場合は得点を 0 とする。以上のゲームにおいて  $k$  点を得る確率を  $p(n, k)$  とする。このとき、次の問いに答えよ。

- (1)  $p(n, 1)$  を求めよ。また、 $n \geq 2$  のとき、 $p(n, 2)$  を求めよ。
- (2)  $2 \leq k \leq n$  のとき、 $p(n, k)$  を  $p(n-1, k-1)$  を用いて表せ。
- (3)  $1 \leq k \leq n$  のとき、 $p(n, k)$  を求めよ。

2 (総合理工学部数理・情報システム学科用問題)  $t$  を  $0 < t < 1$  をみたす実数とする。 $xy$  平面上の 3 点  $A(-1, 1)$ ,  $B(0, -1)$ ,  $C(1, 1)$  に対し, 線分  $AB$  を  $t:1-t$  に内分する点を  $P$  とし, 線分  $BC$  を  $t:1-t$  に内分する点を  $Q$  とする。さらに, 線分  $PQ$  を  $t:1-t$  に内分する点を  $R$  とし, 点  $P$  と点  $Q$  を通る直線を  $l$  とする。このとき, 次の問いに答えよ。

- (1) 点  $R$  の座標を  $t$  を用いて表せ。
- (2) 直線  $l$  が曲線  $y = x^2$  の点  $R$  における接線であることを示せ。
- (3)  $t$  が条件  $0 < t < 1$  をみたしながら変化するとき, 直線  $l$  が通過する領域を図示せよ。

3 (共通問題)  $xy$  平面上に原点  $O$  と 2 点  $A, B$  がある。 $\overrightarrow{OA}$  の大きさを 3,  $\overrightarrow{OB}$  の大きさを 4 とする。このとき, 次の問いに答えよ。

- (1)  $\overrightarrow{OA}$  と  $\overrightarrow{OB}$  のなす角が  $\frac{2\pi}{3}$  であるとき,  $\overrightarrow{OA} + 2\overrightarrow{OB}$  の大きさを求めよ。
- (2)  $\alpha$  が  $0 < \alpha < \frac{\pi}{2}$  の範囲にあり,  $\sin \alpha = \frac{1}{4}$  をみたすとする。 $\overrightarrow{OA}$  と  $\overrightarrow{OB}$  のなす角が  $4\alpha$  であるとき,  $\triangle OAB$  の面積を求めよ。
- (3) 点  $E(1, 0)$  に対し,  $4\overrightarrow{OA} + 3\overrightarrow{OB} - 12\overrightarrow{OE} = \vec{0}$  が成り立つとき,  $\overrightarrow{OA}$ ,  $\overrightarrow{OB}$  を求めよ。

4 (共通問題)  $f(x) = xe^x$  とするとき、次の問いに答えよ。ただし  $e$  は自然対数の底とし、 $2 < e < 3$ 、 $\lim_{x \rightarrow \infty} xe^{-x} = 0$  であることは用いてよい。

- (1) 関数  $y = f(x)$  の増減およびグラフの凹凸を調べ、そのグラフの概形をかけ。
- (2) 曲線  $y = f(x)$  と直線  $x = -1$ 、 $x = 1$  および  $x$  軸で囲まれた 2 つの部分の面積の和を求めよ。
- (3)  $t$  を実数とし、数列  $\{a_n\}$  を

$$a_1 = 1, \quad a_{n+1} = f(t)a_n + 1 \quad (n = 1, 2, 3, \dots)$$

で定める。 $t \leq \frac{1}{2}$  ならば、 $\{a_n\}$  は収束することを示せ。

5 (共通問題)  $xy$  平面において、点  $P(x, y)$  と点  $(2, 0)$  の距離が、点  $P$  と直線  $x = 1$  の距離の  $\sqrt{2}$  倍と等しくなるような点  $P$  の描く曲線を  $C$  とする。このとき、次の問いに答えよ。

- (1) 曲線  $C$  の方程式を求めよ。
- (2)  $t$  を 0 でない実数とし、曲線  $C$  と直線  $x + y = t$  との交点を  $Q$  とする。点  $Q$  の座標を  $t$  を用いて表せ。
- (3) (2) で求めた点  $Q$  から  $x$  軸に下ろした垂線を  $QH$  とする。 $t$  が  $2 \leq t \leq 4$  の範囲を動くとき、線分  $QH$  が通過してできる図形の面積を求めよ。



