平成 28 年度「数学」前期日程入試
教育（ロ）・工・医（医）問題 出題意図

$\boxed{1}$ 求める確率を表すことができるかを見る問題。

- 与えられた条件のもとで求める確率を導出できるか？
- 加法定理及び乗法定理を使いこなせるか？

$\boxed{2}$ 数と式に関して，基礎的な素養を見る問題。

- 不等式に関する問題で，必要十分条件を考えられるか？
- グラフと 2 次方程式の関係に関する問題で，必要十分条件を考えられるか?

$\boxed{3}$ 三角関数およびそれを含む方程式の計算が正確にできるか見る問題。

- 三角関数を含む方程式を解けるか？
- パラメタを含む方程式を整理し，三角関数の値の範囲と関連付けられるか？
- 2 次関数の解の存在範囲から正の整数の組を求められるか？

$\boxed{4}$ 定積分と級数に関する基礎的な素養を見る問題。

- 等比数列の和を求めることができるか？
- はさみうちの原理により極限を求めることができるか？
- 定積分を用いて無限級数の和を求めることができるか？

$\boxed{5}$ 図形と方程式，定積分に関して基礎的な素養を問う問題。

- 条件に従い曲線の式を求められるか？
- 曲線で囲まれた平面図形の面積を求められるか？
- 定積分の置換積分ができるか？

平成 28 年度
前期日程

数　　学

教育学部[数学(ロ)]

医学部医学科

工学部

問　題　冊　子

注意事項

1. 試験開始の合図があるまで，問題冊子を開かないこと。
2. 本冊子は 5 ページで，解答用紙は 5 枚である。
   落丁，乱丁，印刷不鮮明などの箇所があった場合には，ただちに試験監督者に申し出ること。
3. **受験番号は，5 枚の解答用紙のそれぞれの指定箇所に必ず記入すること。**
4. 問題は，大問 5 題である。
5. **解答は，解答用紙の指定箇所に記入すること。ただし，やむをえない場合は裏面にまわってよいが，表面に「裏に続く」と明記すること。**
6. 問題用紙の余白は計算に用いてよい。
7. 解答用紙は持ち帰らないこと。
8. 問題冊子は持ち帰ること。
9. 大問ごとに，満点に対する配点の比率(%)を表示してある。

1 当たりくじ k 本を含む n 本のくじがある。A，B，C の 3 人がこの順番で 1 本ずつくじを引く。ただし，$k+3 \leqq n$ であり，引いたくじはもとに戻さないものとする。以下の問に答えよ。

(1) $k=1$ のとき，C が当たりくじを引く確率を求めよ。

(2) $k=2$ のとき，C が当たりくじを引く確率を求めよ。

(3) $k \geqq 3$ のとき，A，B がともに当たりくじを引く確率を求めよ。

(4) $k \geqq 3$ のとき，A がはずれくじを引き，かつ B が当たりくじを引く確率を求めよ。

(5) $k \geqq 3$ のとき，C が当たりくじを引く確率を求めよ。

（配点比率 20 %）

2 α, β, a, b, c, d を実数とする。以下の問に答えよ。

(1) 「すべての実数 x について $x^2 + \alpha x + \beta > 0$ である」が成り立つための α, β に関する条件を求めよ。

(2) 「すべての実数 y について $ay + b < 0$ である」が成り立つための a, b に関する条件を求めよ。

(3) 「すべての実数 x, y について $x^2 + 4xy + 4y^2 + 5x + cy + d > 0$ である」が成り立つための c, d に関する条件を求めよ。

(配点比率 20 %)

3 $-\dfrac{\pi}{2} < \theta < \dfrac{\pi}{2}$ のとき，以下の問に答えよ。

(1) θ の方程式 $\cos 3\theta + \cos\theta = 0$ を解け。

(2) k を正の整数とする。θ の方程式

$$\cos 3\theta - k\cos\theta = 0$$

が解をもつ k を求めよ。また，そのときの解 θ を求めよ。

(3) m と n を正の整数とする。θ の方程式

$$m\cos\theta - 3\cos 3\theta + n(1 + \cos 2\theta) = 0$$

が解をもつ m, n の組 (m, n) を求めよ。また，そのときの解 θ を求めよ。

(配点比率 20 %)

4 n を正の整数とする。$S_n = \sum_{k=1}^{n} \frac{1}{k \cdot 2^k}$ とおく。以下の問に答えよ。ただし，log は自然対数を表す。

(1) $1 + x + x^2 + \cdots + x^{n-1} = \frac{1}{1-x} - \frac{x^n}{1-x}$ を数学的帰納法を用いて証明せよ。ただし，$x \neq 1$ とする。

(2) $\int_0^{\frac{1}{2}} (1 + x + x^2 + \cdots + x^{n-1})\,dx = \log 2 - \int_0^{\frac{1}{2}} \frac{x^n}{1-x}\,dx$ を示せ。

(3) $S_n = \log 2 - \int_0^{\frac{1}{2}} \frac{x^n}{1-x}\,dx$ を示せ。

(4) $0 \leqq \int_0^{\frac{1}{2}} \frac{x^n}{1-x}\,dx \leqq \frac{1}{2^n} \log 2$ を示せ。

(5) $\lim_{n \to \infty} S_n = \frac{1}{1 \cdot 2} + \frac{1}{2 \cdot 2^2} + \frac{1}{3 \cdot 2^3} + \cdots$ の値を求めよ。

（配点比率 20 %）

5 xy 平面上に，直線 $\ell : y = -x - 2$ と点 $\mathrm{A}(1, 1)$ がある。点 A からの距離と直線 ℓ からの距離が等しい点の軌跡を曲線 C とする。以下の問に答えよ。

(1) 曲線 C の方程式を求めよ。

(2) 曲線 C と x 軸の共有点の座標を求めよ。

(3) 曲線 C と x 軸で囲まれた部分の面積を求めよ。

(配点比率 20 %)