

数 学

平成 28 年 度

入 学 試 験 問 題

受 験 番 号	
---------	--

1. 注 意 事 項

- (1) 試験開始の合図があるまで、この問題冊子の中を見てはいけません。
- (2) この問題冊子は14ページあります。
試験中に、問題冊子の印刷不鮮明、ページの落丁・乱丁および解答用紙の汚れなどに気づいた場合は、手を挙げて、監督者に知らせてください。
- (3) 問題冊子の表紙の受験番号欄に受験番号を記入してください。
- (4) 解答用紙には、氏名、受験番号の記入欄および受験番号のマーク欄があります。それぞれに正しく記入し、マークしてください。
- (5) 問題冊子のどのページも切り離してはいけません。
- (6) 計算機能や辞書機能、通信機能などをもつ機器等の使用は禁止します。使用している場合は不正行為とみなします。
- (7) 試験終了後、解答用紙はもちろん、問題冊子も持ち帰ってはいけません。

2. 解 答 上 の 注 意

解答上の注意は、裏表紙にも記載してあるので、この問題冊子を裏返して必ず読んでください。ただし、冊子を開いてはいけません。また、解答用紙の左下に記載してある「注意事項」も読んでください。

- (1) 問題は **1** , **2** , **3** の3つの大問があります。
- (2) 各問題文中の **ア** , **イウ** などの **□** には、数値または符号(+ , -)が入ります。これらを次の方法で、解答用紙の指定欄に、解答してください。

裏表紙につづく

解答上の注意(つづき)

- (i) ア, イ, ウ, …… の1つ1つは, それぞれ, 0 から 9 までの数字, または, +, - のいずれか 1つに対応します。それらを, ア, イ, ウ, … で示された解答欄にマークしてください。

[例1]

ア

イウ

 に -30 と答えたいときは,

ア	+	●	0	1	2	3	4	5	6	7	8	9
イ	+	-	0	1	2	●	4	5	6	7	8	9
ウ	+	-	●	1	2	3	4	5	6	7	8	9

- (ii) 分数の形の解答が求められているときは, 既約分数で, 分母が正の数になる形で答えてください。

[例2]

エ

オ

 /

カ

 に $-\frac{5}{6}$ と答えたいときは,

エ	+	●	0	1	2	3	4	5	6	7	8	9
オ	+	-	0	1	2	3	4	●	6	7	8	9
カ	+	-	0	1	2	3	4	5	●	7	8	9

解答を始めるまえに、つぎの解答上の注意のつづきを読みなさい。

解答上の注意のつづき

(i) 分数の形の解答枠に、整数の解答をしたいときは、分母が 1 の分数の

形になるように答えなさい。たとえば、 $\frac{\boxed{\text{ヤ}}}{\boxed{\text{ユ}}}$ の解答枠に 2 と答えたいときは、 $\frac{2}{1}$ と答えなさい。

(ii) 解答枠 $\boxed{\quad}$ に、解答枠の桁数より少ない桁数の整数を解答したいときは、数字が右づめで、その前を 0 でうめるような形で答えなさい。たとえば、 $\boxed{\text{ヨワ}}$ の解答枠に 2 と答えたいときは、02 と答えなさい。ヨの 0 をマークしないままにしておくと、間違いになります！

(解答上の注意終)

$\boxed{1}$ $\log_{10} 2 = 0.3010$, $\log_{10} 3 = 0.4771$, $\log_{10} 7 = 0.8451$ とする。

(1) $a = 100 \log_{10} 105$ とするとき、 a 以下の最も大きい整数は $\boxed{\text{アイウ}}$ である。

(2) 3^{500} は $\boxed{\text{エオカ}}$ 桁の数である。また、最高位(先頭)の数字は $\boxed{\text{キ}}$ である。

(3) すべての正の整数 n に対して、 3^n の一の位(末尾)の数字は $\boxed{\text{ク}}$ 種類ある。 3^{500} の一の位の数字は $\boxed{\text{ケ}}$ である。

(4) 3^{500} を 60 で割った余りは $\boxed{\text{コサ}}$ である。

(5) 2元1次不定方程式 $172x - 53y = 1$ の整数解のうち、 x の絶対値が最も小さい解は、 $x = -\boxed{\text{シス}}$, $y = -\boxed{\text{セソ}}$ である。

計 算 用 紙

2 $0 < \theta < \frac{\pi}{2}$ とするとき、複素数平面上で

$$\alpha = 3(\cos \theta + i \sin \theta)$$

$$\beta = 3\{(\cos \theta - \sin \theta) + i(\cos \theta + \sin \theta)\}$$

の表す点を、それぞれ、A、B とする。原点を O とする。また、 $\arg z$ は複素数 z の偏角を表すものとし、 $-\pi \leq \arg z < \pi$ の範囲とする。

$$(1) \quad \left| \frac{\beta}{\alpha} \right| = \sqrt{\boxed{\text{ア}}}, \quad \arg \frac{\beta}{\alpha} = \frac{\boxed{\text{イ}}}{\boxed{\text{ウ}}} \pi, \quad |\beta - \alpha| = \boxed{\text{エ}},$$

$$\arg \frac{\beta - \alpha}{-\alpha} = -\frac{\boxed{\text{オ}}}{\boxed{\text{カ}}} \pi \text{ である。}$$

(2) 三角形 OAB の外接円の直径は $\boxed{\text{キ}} \sqrt{\boxed{\text{ク}}}$ である。

(3) $\gamma = -\frac{9\sqrt{3}}{\beta}$ で表される点 C が、三角形 OAB の外接円上にあるとする。このとき、

$$\arg \frac{\beta - \gamma}{-\gamma} = \frac{\boxed{\text{ケ}}}{\boxed{\text{コ}}} \pi \quad \text{または} \quad \arg \frac{\beta - \gamma}{-\gamma} = -\frac{\boxed{\text{サ}}}{\boxed{\text{シ}}} \pi \quad \dots \textcircled{1}$$

である。① を満たす θ を、小さい順に θ_1, θ_2 とする。このとき、

$$\theta_1 = \frac{\pi}{\boxed{\text{ス}}}, \quad \theta_2 = \frac{\pi}{\boxed{\text{セ}}}$$

である。

$\theta = \theta_1$ のとき、

$$\alpha = \frac{\boxed{\text{ソ}}}{\boxed{\text{タ}}} \left(\sqrt{\boxed{\text{チ}}} \boxed{\text{ツ}} i \right),$$

$$\beta = \frac{\boxed{\text{テ}}}{\boxed{\text{ト}}} \left\{ \left(\sqrt{\boxed{\text{ナ}}} \boxed{\text{ニ}} 1 \right) + \left(\sqrt{\boxed{\text{ヌ}}} \boxed{\text{ネ}} 1 \right) i \right\},$$

$$\gamma = \frac{\boxed{\text{ノ}}}{\boxed{\text{ハ}}} \left\{ \left(\sqrt{\boxed{\text{ヒ}}} \boxed{\text{フ}} 3 \right) + \left(\sqrt{\boxed{\text{ヘ}}} \boxed{\text{ホ}} 3 \right) i \right\}$$

である。ここで、 $\boxed{\text{ツ}}$ 、 $\boxed{\text{ニ}}$ 、 $\boxed{\text{ネ}}$ 、 $\boxed{\text{フ}}$ 、 $\boxed{\text{ホ}}$ は、それぞれ、符号 +、- のいずれかである。

計 算 用 紙

- 3 n を 0 以上の整数とし、 $f_n(x) = \sin(2^n x)$ とする。各 n に対して、 $f_n(x) = f_{n+1}(x)$ を満たす正の x のうち、最小の x を x_n とする。さらに

$$S_n = \int_{x_{n+1}}^{x_n} \{f_{n+1}(x) - f_n(x)\} dx$$

とする。

(1) $x_0 = \frac{\boxed{\text{ア}}}{\boxed{\text{イ}}} \pi$, $x_1 = \frac{\boxed{\text{ウ}}}{\boxed{\text{エ}}} \pi$, $x_2 = \frac{\boxed{\text{オカ}}}{\boxed{\text{キク}}} \pi$ である。

(2) $S_0 = \frac{\boxed{\text{ケ}} - \sqrt{\boxed{\text{コ}}}}{\boxed{\text{サ}}}$, $S_1 = \frac{\boxed{\text{シ}} - \sqrt{\boxed{\text{ス}}}}{\boxed{\text{セ}}}$ である。

(3) $S_n < \frac{1}{100}$ となる最小の n の値は $\boxed{\text{ソ}}$ である。

(4) $\int_0^{x_0} \{f_0(x)\}^2 dx = \frac{\boxed{\text{タ}}}{\boxed{\text{チ}}} \pi - \frac{\sqrt{\boxed{\text{ツ}}}}{\boxed{\text{テ}}}$ である。

(5) $\int_0^{x_0} f_0(x)f_1(x) dx = \frac{\sqrt{\boxed{\text{ト}}}}{\boxed{\text{ナ}}}$ である。

- (6) 曲線 $y = f_{n+1}(x) - f_n(x)$ ($0 \leq x \leq x_n$), x 軸, および直線 $x = x_n$ で囲まれた図形を x 軸のまわりに 1 回転してできる立体の体積を V_n とする。このとき,

$$V_0 = \frac{\boxed{\text{ニ}}}{\boxed{\text{ヌ}}} \pi^2 - \frac{\boxed{\text{ネ}}}{\boxed{\text{ノハ}}} \sqrt{\boxed{\text{ヒ}}} \pi,$$

$$\sum_{n=0}^{\infty} V_n = \frac{\boxed{\text{フ}}}{\boxed{\text{ヘ}}} \pi^2 - \frac{\boxed{\text{ホ}}}{\boxed{\text{マ}}} \sqrt{\boxed{\text{ミ}}} \pi$$

である。