

平成 28 年度 入学試験問題(前期日程)

数 学

(数学 I ・ 数学 II ・ 数学 III ・ 数学 A ・ 数学 B)

試験時間 120 分

理学部(理学科・応用理学科)

医学部(医学科)

問題冊子

問題…… 1 ~ 4 ページ…… 1 ~ 2

解答用紙…… 4 枚

下書用紙…… 1 枚

配 点……表示のとおり。

注 意 事 項

1. 試験開始の合図まで、この問題冊子を開かないこと。
2. 試験中に、問題冊子・解答用紙の印刷不鮮明、ページの落丁・乱丁及び下書用紙の不備等に気付いた場合は、手を挙げて監督者に知らせること。
3. 各解答用紙に受験番号を記入すること。
なお、解答用紙には、必要事項以外は記入しないこと。
4. 解答は、必ず解答用紙の指定された箇所に記入すること。
5. 解答用紙の各ページは、切り離さないこと。
6. 配付された解答用紙は、持ち帰らないこと。
7. 試験終了後、問題冊子、下書用紙は持ち帰ること。
8. 試験終了後、指示があるまでは退室しないこと。

1

実数の定数 a に対し、二つの関数 $f(x) = x^2 - 4ax + 1$ および $g(x) = |x| - a$ を考える。このとき、次の問いに答えよ。

- (1) $a = 1$ のとき、 $y = f(x)$ と $y = g(x)$ のグラフを描け。
- (2) $f(x) > 0$ が $-4 < x < 4$ をみたすすべての x に対して成り立つような a の範囲を求めよ。
- (3) $f(x) > 0$ または $g(x) > 0$ が、 $-4 < x < 4$ をみたすすべての x に対して成り立つような a の範囲を求めよ。

(100 点)

2

実数の定数 k に対して、 $f(x) = |5 \sin(kx) - 6 \cos(x^2) + 7|$ とおく。このとき、次の問いに答えよ。

- (1) すべての x に対して、 $f(x) \leq 18$ であることを示せ。
- (2) $k = \frac{\sqrt{\pi}}{2}$ のとき、 $f(x) = 18$ となる x の値の例を一つあげよ。
- (3) $k = \frac{\sqrt{\pi}}{4}$ のとき、 $f(x) = 18$ となる x の値は存在しないことを示せ。
- (4) $f(x) = 18$ となる x が存在するような k の値をすべて求めよ。

(100 点)

- 3** ある箱に1から5までの整数のうちひとつが書かれたカードがそれぞれ1枚入っている。そこから1枚カードをひき、数字を確認してから元の箱に戻す。このような操作を繰り返したとき、 k 回目に取り出したカードの数字を A_k とし、

$$T_n = \sum_{k=1}^n A_k$$

とする。このとき、 T_n が奇数となる確率を p_n とする。次の問いに答えよ。

- (1) p_{n+1} を p_n を用いて表せ。
- (2) 数列 $\{p_n\}$ の一般項を求めよ。
- (3) $\lim_{n \rightarrow \infty} p_n$ を求めよ。

(100点)

- 4** 自然数 n と多項式 $f(x)$ に対して、 $a_n = \int_{-1}^1 x^{n-1} f(x) dx$ で与えられる数列 $\{a_n\}$ を考える。このとき、次の問いに答えよ。

- (1) $f(x)$ が2次式で $a_1 = 0$ のとき、 $a_3 \neq 0$ を示せ。
- (2) $f(x)$ が2次式で $a_1 = 1$ 、 $a_2 = 0$ 、 $a_3 = \frac{3}{5}$ のとき、一般項 a_n を求めよ。
- (3) $f(x)$ を k 次式とする。 $f(x)$ の係数の絶対値のうち最大なものを M とおくとき、任意の自然数 n に対して、 $|a_{2n}| \leq \frac{(k+1)M}{2n+1}$ が成り立つことを示せ。
- (4) 任意の多項式 $f(x)$ に対して $\lim_{n \rightarrow \infty} a_n = 0$ が成り立つことを示せ。

(100点)