

平成28年度(前期日程)

入学者選抜学力検査問題

# 数 学 ③

(数学Ⅰ・数学Ⅱ・数学Ⅲ・数学A・数学B)

試験時間 120分

医学部(医学科)

問 題	ページ
① ~ ④ .....	1 ~ 2

## 注 意 事 項

1. 試験開始の合図があるまで、この冊子を開いてはいけません。
  2. 各解答紙に志望学部及び受験番号を必ず記入しなさい。  
なお、解答紙には、必要事項以外は記入してはいけません。
  3. 解答は、必ず指定された解答紙に記入しなさい。また裏面は採点の対象としません。
  4. 試験開始後、この冊子又は解答紙に落丁・乱丁及び印刷の不鮮明な箇所などがあれば、手を挙げて監督者に知らせなさい。
  5. この冊子の白紙と余白部分は、適宜下書きに使用してもかまいません。
  6. 試験終了後、解答紙は持ち帰ってはいけません。
  7. 試験終了後、この冊子は持ち帰りなさい。
- ※この冊子の中に解答紙が挟み込んであります。

1  $\triangle ABC$  と、 $A$  を通り  $BC$  に平行な直線  $l$  を考える。 $k$  を正の数とし、直線  $l$  上に点  $P$  を  $\overrightarrow{AP} = k\overrightarrow{BC}$  となるようにとる。また直線  $l$  上に点  $Q$  を、線分  $PB$  と線分  $QC$  が1点で交わるようにとる。その交点を  $R$  とする。 $\overrightarrow{AB} = \vec{b}$ ,  $\overrightarrow{AC} = \vec{c}$  とおき、また  $m$  を  $\overrightarrow{AQ} = m\overrightarrow{AP}$  により定める。以下の問いに答えよ。

(問 1)  $\overrightarrow{AR}$  を  $\vec{b}$ ,  $\vec{c}$ ,  $k$ ,  $m$  を用いて表せ。

(問 2)  $|\vec{b}| = 1$ ,  $|\vec{c}| = 2$ ,  $\cos \angle BAC = \frac{3}{4}$ ,  $m = -1$  とする。 $\overrightarrow{BR}$  と  $\overrightarrow{CR}$  が直交するとき、 $k$  の値を求めよ。

2  $x \geq 1$  で定義された関数

$$f(x) = \frac{\log x}{x^2}$$

について、以下の問いに答えよ。

(問 1)  $x \geq 1$  における  $f(x)$  の最大値とそのときの  $x$  の値を求めよ。

(問 2) (問 1) で求めた  $x$  の値を  $a$  とする。曲線  $y = f(x)$  と 2 直線  $y = 0$ ,  $x = a$  で囲まれた図形を  $D$  とする。 $D$  の面積を求めよ。

(問 3) (問 2) の図形  $D$  を  $y$  軸の周りに 1 回転させてできる立体の体積を求めよ。

3  $0 < \theta < \frac{\pi}{2}$  を満たす  $\theta$  に対して、 $\alpha = 2(\cos \theta + i \sin \theta)$  とする。ただし、 $i$  は虚数単位である。 $n = 1, 2, 3, \dots$  に対して

$$z_n = \alpha^n - 2\alpha^{n-1}$$

とおく。以下の問いに答えよ。

(問 1)  $\theta = \frac{\pi}{3}$  とするとき、 $z_n$  を極形式で表せ。

(問 2)  $\theta = \frac{\pi}{3}$  とするとき、 $\sum_{k=1}^n |z_k| > 500$  となる最小の  $n$  を求めよ。

(問 3)  $z_{1000}$  が実数となるような  $\theta$  の値の個数を求めよ。

4  $a, b$  を実数とし、曲線  $C: y = x^3 - 3ax^2 + bx$  を考える。 $C$  の接線の傾きの最小値が  $-3$  であるとき、以下の問いに答えよ。

(問 1)  $b$  を  $a$  を用いて表せ。

(問 2)  $C$  が  $x$  軸の正の部分、負の部分とそれぞれ 1 点で交わるとする。このとき  $a$  の値の範囲を求めよ。

(問 3)  $a$  が(問 2)で求めた範囲にあるとき、 $C$  と  $x$  軸で囲まれた図形の面積の最小値を求め、そのときの  $a$  の値を求めよ。