平成 28 年度・入学試験問題

数　　学（医）

注　意　事　項

1. 試験開始の合図があるまで，この問題冊子の中を見てはいけません。
2. すべての解答用紙に受験番号を記入しなさい。
3. 答案は解答用紙の各問題番号の欄に記入しなさい。
4. 試験終了後，問題冊子および草稿用紙は持ち帰りなさい。

すべての問題について，求める手順をわかりやすく説明すること。

◇M4(596—45)

1. 座標平面上の原点 O を中心とする半径 1 の円周上に, 中心角 θ の弧 AB をとる。ただし, 点 A の座標を $(1,0)$, $0<\theta\leqq\frac{\pi}{2}$ とする。このとき, 次の問いに答えよ。

(1) 扇形 OAB を x 軸の周りに 1 回転させた回転体の体積 $V_1(\theta)$ を求めよ。

(2) 扇形 OAB を y 軸の周りに 1 回転させた回転体の体積 $V_2(\theta)$ を求めよ。

(3) 体積の差 $V(\theta)=V_2(\theta)-V_1(\theta)$ を θ の関数として, そのグラフをかけ。

2. 図 1 から図 3 は, 辺の長さが 1 の正方形が並んだ図形である。これらの図において, 1 つ, またはいくつかの正方形で構成される四角形を考える。例えば, 図 1 において灰色で示した図形は, 点 A を 1 つの頂点とする幅が 3, 高さが 2 の四角形である。次の問いに答えよ。

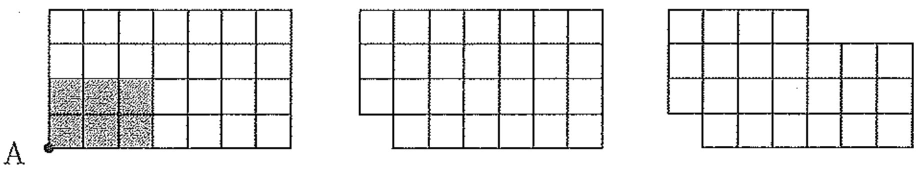

図 1　　図 2　　図 3

(1) 図 1 の中に点 A を 1 つの頂点とする四角形はいくつあるか。

(2) 図 2 の中に四角形はいくつあるか。

(3) 図 3 の中に四角形はいくつあるか。

3. 原点を O とする座標空間に 3 点 $\mathrm{A}(a_1, a_2, 0)$, $\mathrm{B}(0, b_1, b_2)$, $\mathrm{C}(c_1, 0, c_2)$ をとる。ただし, $a_1, a_2, b_1, b_2, c_1, c_2$ は全て正とする。ベクトル $\overrightarrow{\mathrm{OA}} = \vec{a}$, $\overrightarrow{\mathrm{OB}} = \vec{b}$, $\overrightarrow{\mathrm{OC}} = \vec{c}$ としたとき, 次の問いに答えよ。

(1) 三角形 OAB の面積 S を $\vec{a}, \vec{b}$ の成分で表せ。

(2) 空間内の点 P を考える。ベクトル $\overrightarrow{\mathrm{OP}}$ が三角形 OAB を含む平面に垂直で大きさ 1 となるときの点 P の座標を $\vec{a}, \vec{b}$ の成分で表せ。

(3) 四面体 OABC の体積 V を $\vec{a}, \vec{b}, \vec{c}$ の成分で表せ。

4. 自然数 k に対して, 関数 $f_k(x) = -3x^2 - 2x + a_k$ を考える。ただし, a_k は x に無関係な数列で $a_1 = 2$ とする。関係式 $\displaystyle\int_0^{k+1} f_{k+1}(x)dx = \int_0^k f_k(x)dx - k^2 - k$ が満たされるとき, 次の問いに答えよ。

(1) a_k と a_{k+1} との関係式を求めよ。

(2) a_k を k の式で表せ。

(3) $\displaystyle\sum_{k=1}^{n} \int_0^k f_k(x)dx$ を求めよ。