

平成28年度個別学力試験問題

数 学

(医 学 科)

解答時間 80分

配 点 100点

注意事項

1. 試験開始の合図があるまで、この問題冊子の中を見てはいけません。
2. 受験番号及び氏名を解答冊子の所定の欄に記入しなさい。
3. 解答は解答冊子の指定された解答欄に記入しなさい。
解答冊子の裏面は使用してはいけません。
4. 解答冊子の4ページ目は使用してはいけません。
5. 解答冊子はどのページも切り離してはいけません。
6. 下書きは問題冊子の余白部分を使用しなさい。
7. 試験時間中に問題冊子及び解答冊子の印刷不鮮明、ページの落丁及び汚損等に気がついたら、手を挙げて監督者に知らせなさい。
8. 解答冊子は持ち帰ってはいけません。
9. 問題冊子は持ち帰ってもかまいません。

1 0でない実数 r が $|r| < 1$ のとき、以下の問いに答えなさい。ただし、自然数 n に対して $\lim_{n \rightarrow \infty} nr^n = 0$, $\lim_{n \rightarrow \infty} n(n-1)r^n = 0$ である。

(1) $R_n = \sum_{k=0}^n r^k$ と $S_n = \sum_{k=0}^n kr^{k-1}$ を求めなさい。

(2) $T_n = \sum_{k=0}^n k(k-1)r^{k-2}$ を求めなさい。

(3) $\sum_{k=0}^{\infty} k^2 r^k$ を求めなさい。

2 自然数 n に対して関数 $y = 2nx - x^2$ のグラフと x 軸で囲まれた領域(境界を含む) R_n を考える。以下の問いに答えなさい。

- (1) 領域 R_n に含まれる格子点(x 座標と y 座標がともに整数である点)の数 S_n を求めなさい。
- (2) 点 $A(0, 0)$, $B(2n, 0)$, および関数 y の頂点を結ぶ線分で囲まれた領域(境界を含む)に含まれる格子点の数 T_n を求めなさい。
- (3) $\lim_{n \rightarrow \infty} \frac{T_n}{S_n}$ を求めなさい。

3 中心が原点 O で半径が a の定円 C_1 上を、半径 $\frac{a}{4}$ の円 C_2 が内接しながらすべることなく回転する。円 C_2 上の点 P は最初に点 $A(a, 0)$ にあるとする。円 C_2 の中心を B とするとき、以下の問いに答えなさい。

- (1) $\angle AOB = \theta$ とする。 \overrightarrow{BP} を a, θ で表しなさい。
- (2) \overrightarrow{OP} を a, θ で表しなさい。
- (3) $0 \leq \theta \leq 2\pi$ のとき、動点 P が移動する距離を求めなさい。