

数 学 甲(数Ⅰ・数Ⅱ・数Ⅲ・数A・数B)

この冊子には、問題として 1, 2, 3, 4 が出題されている。
全問解答すること。

注 意 事 項

1. 受験番号を所定の欄に記入すること。
2. 解答は、必ず解答欄に記入すること。
3. 解答時間は、120分である。

受 験 番 号

最後のページの受験番号欄にも受験番号を記入すること。

1 i を虚数単位とし, $z = \cos \frac{2\pi}{5} + i \sin \frac{2\pi}{5}$ とおく。次の問いに答えよ。(50 点)

問 1 z^5 および $z^4 + z^3 + z^2 + z + 1$ の値を求めよ。

問 2 $t = z + \frac{1}{z}$ とおく。 $t^2 + t$ の値を求めよ。

問 3 $\cos \frac{2\pi}{5}$ の値を求めよ。

問 4 半径 1 の円に内接する正五角形の 1 辺の長さの 2 乗を求めよ。

(解答は次のページの解答欄に記入すること)

採 点 欄	
問 1	
問 2	
問 3	
問 4	
小 計	

1 解答欄

問 1

問 2

問 3

問 4

2 定積分 $\int_a^{a+1} |e^x - 1| dx$ の値を $I(a)$ とする。次の問いに答えよ。(50 点)

問 1 $-1 \leq a \leq 0$ のとき, $I(a)$ を a で表せ。

問 2 a が実数全体を動くとき, $I(a)$ を最小にするような a の値を求めよ。

(解答は次のページの解答欄に記入すること)

採 点 欄	
問 1	
問 2	
小 計	

2 解答欄

問 1

問 2

3 次の問いに答えよ。(50点)

問 1 自然数 n に対して $\int_{\frac{1}{n}}^{\frac{2}{n}} \frac{1}{x} dx$ を求めよ。

問 2 $x > 0$ のとき, 不等式 $x - \frac{x^2}{2} < \log(1+x) < x$ が成り立つことを示せ。

問 3 極限 $\lim_{n \rightarrow \infty} \int_{\frac{1}{n}}^{\frac{2}{n}} \frac{1}{x + \log(1+x)} dx$ を求めよ。

(解答は次のページの解答欄に記入すること)

採点欄	
問 1	
問 2	
問 3	
小計	

3 解答欄

問 1

問 2

問 3

4 N を 3 以上の自然数とする。

1 から N までの数字が 1 つずつ書かれた N 枚のカードを袋に入れ、「無作為に 1 枚カードを取り出し、そのカードを袋に戻さずに次のカードを取り出す」という作業を 3 枚のカードを取り出すまで繰り返す。取り出された 3 枚のカードに書かれた数の最大値を X とする。

また、1 から N までの数字が 1 つずつ書かれた N 枚のカードを袋に入れ、「無作為に 1 枚カードを取り出してはそれに書かれた数を記録し、袋に戻す」という作業を 3 回行い、記録された数の最大値を Y とする。

n を N 以下の自然数とする。 $X = n$ となる確率を p_n とし、 $Y = n$ となる確率を q_n とする。

次の問いに答えよ。(50 点)

問 1 p_3, q_1, q_2, q_3 を求めよ。

問 2 p_n と q_n を求めよ。

(解答は次のページの解答欄に記入すること)

採 点 欄	
問 1	
問 2	
小計	

4 解答欄

問 1

問 2

採 点 欄	
数 学 甲	
1	
2	
3	
4	
合 計	
	受 験 番 号