# 平成28年度入学者選抜学力検査問題(前期日程)

## 数　学

## Ⅰ・Ⅱ・Ⅲ・A・B

(医学部医学科)

(注　意)

1. 問題冊子は指示があるまで開かないこと。
2. 問題冊子は4ページ，解答用紙は4枚である。
   指示があってから確認すること。
3. 解答はすべて解答用紙の指定のところに記入すること。
   解答用紙の表面だけで書ききれない場合は，裏面の下半分を使用することができる。
4. **解答用紙は持ち帰ってはならないが，**問題冊子は必ず持ち帰ること。

〔 I 〕 数列$\{a_n\}$を以下のように定める。

$1^2,\ 1^2+3^2,\ 1^2+3^2+5^2,\ \cdots\cdots,\ 1^2+3^2+5^2+\cdots+(2n-1)^2,\ \cdots\cdots$

また，数列$\{b_n\}$を以下のように定める。

$2^2,\ 2^2+4^2,\ 2^2+4^2+6^2,\ \cdots\cdots,\ 2^2+4^2+6^2+\cdots+(2n)^2,\ \cdots\cdots$

このとき，以下の問いに答えよ。ただし，$n$は自然数とする。

(1) 数列$\{a_n\}$の第$n$項を$n$を用いて表せ。

(2) 数列$\{a_n-b_n\}$の第$n$項を$n$を用いて表せ。

(3) $c_n=a_{n+1}-b_n$とおくとき，$c_n$が6の倍数となるための$n$の条件を求めよ。

〔Ⅱ〕 $xy$ 平面上に 2 点 $\mathrm{A}(0, 1)$，$\mathrm{B}(-2, 0)$ と円 $C : x^2 + y^2 - 2y = 0$，および直線 $\ell : y = kx + 2k$ がある。ただし，$k$ は実数とする。

(1) 点 A と直線 $\ell$ の距離を $k$ を用いて表せ。

(2) 直線 $\ell$ と円 $C$ が異なる 2 点で交わるように，$k$ の値の範囲を求めよ。

(3) 直線 $\ell$ と円 $C$ が異なる 2 点 P，Q で交わるとする。線分 PQ について，$\mathrm{PQ} = 2\sqrt{k}$ が成り立つとき，$k$ の値を求めよ。

(4) (3)で求めた $k$ に対する直線 $\ell$ と直線 AB のなす角を $\theta$ とする。このとき，$\tan\theta$ の値を求めよ。ただし，$0 \leqq \theta < \dfrac{\pi}{4}$ とする。

〔Ⅲ〕 曲線 $C : x^4 - 2xy + y^2 = 0$ に関して，以下の問いに答えよ。

(1) $C$ 上の点で，$x$ 座標が最大となる点と，$y$ 座標が最大となる点をそれぞれ求めよ。

(2) $C$ で囲まれた図形の面積を求めよ。

〔Ⅳ〕 実数 $\beta$ は $\beta > 1$ を満たす定数とする。$x > 0$ に対し関数 $f(x)$ を $f(x) = \dfrac{\log x}{x^{\beta}}$ で定めるとき，次の問いに答えよ。

(1) $f(x)$ の増減を調べ，極値を求めよ。

(2) $t > 0$ ならば $\dfrac{t^2}{2} < e^t$ であることを用いて，$\displaystyle\lim_{x \to \infty} f(x)$ を求めよ。

(3) $a > 1$ を満たす実数 $a$ に対して，$I(a) = \displaystyle\int_1^a f(x)\,dx$ とおくとき，$I(a)$ を求めよ。

(4) 極限値 $\displaystyle\lim_{a \to \infty} I(a)$ を求めよ。