

平成 29 年度入学者選抜学力検査問題

(前期日程)

数 学

理 工 学 域  
数 物 科 学 類  
物 質 化 学 類  
機 械 工 学 類  
電 子 情 報 学 類  
環 境 デ ザ イ ン 学 類  
自 然 シ ス テ ム 学 類  
医 薬 保 健 学 域  
医 学 類  
薬 学 類 ・ 創 薬 科 学 類

(注 意)

- 1 問題紙は指示があるまで開かないこと。
- 2 問題紙は本文 2 ページであり、答案用紙は 4 枚である。
- 3 答えはすべて答案用紙の指定欄に記入し、網かけの部分や裏面には記入しないこと。
- 4 問題紙と下書き用紙は持ち帰ること。

1 次の問いに答えよ。

- (1)  $z^6 + 27 = 0$  を満たす複素数  $z$  をすべて求め、それらを表す点を複素数平面上に図示せよ。
- (2) (1) で求めた複素数  $z$  を偏角が小さい方から順に  $z_1, z_2, \dots$  とするとき、 $z_1, z_2$  と積  $z_1 z_2$  を表す 3 点が複素数平面上で一直線上にあることを示せ。ただし、偏角は 0 以上  $2\pi$  未満とする。

2 座標平面上の放物線  $y = x^2$  上に点  $P(t, t^2)$  ( $t > 0$ ) をとる。原点  $O(0, 0)$  を通り、直線  $OP$  に垂直な直線を  $l$  とする。また、 $0 < a \leq 1$  とし、点  $A(0, a)$  をとる。このとき、次の問いに答えよ。

- (1) 直線  $PA$  と  $l$  は交わることを示し、その交点  $Q(u, v)$  の座標を  $t$  と  $a$  を用いて表せ。
- (2)  $t$  がすべての正の実数値をとって変化するとき、(1) で求めた点  $Q(u, v)$  の軌跡が  $\left(-\frac{1}{\sqrt{3}}, 1\right)$  を通るとする。このとき、定数  $a$  の値を求め、点  $Q(u, v)$  の軌跡を求めよ。

3  $0 < a < 3$  とし,  $0 \leq x \leq \pi$  の範囲で2つの関数

$$f(x) = 3 - a \sin x, \quad g(x) = 2 \cos^2 x$$

を考える。このとき、次の問いに答えよ。

- (1)  $f(x) \geq g(x)$  ( $0 \leq x \leq \pi$ ) となる  $a$  の値の範囲を求めよ。
- (2) 2つの曲線  $C_1: y = f(x)$  と  $C_2: y = g(x)$  が、ちょうど2つの共有点をもつとき、共有点の  $x$  座標  $x_1, x_2$  ( $x_1 < x_2$ ) と  $a$  の値を求めよ。また、そのときの  $C_1$  と  $C_2$  の概形を同一座標平面上にかけ。
- (3) (2) のとき、 $C_1$  と  $C_2$  で囲まれた図形の面積  $S$  を求めよ。

4 数列  $\{a_n\}$  を

$$a_1 = 3, \quad a_{n+1} = \frac{1}{2} \left( a_n + \frac{7}{a_n} \right) \quad (n = 1, 2, 3, \dots)$$

で定める。このとき、次の問いに答えよ。

- (1)  $a_n > \sqrt{7}$  ( $n = 1, 2, 3, \dots$ ) が成り立つことを示せ。
- (2) 数列  $\{b_n\}$  を

$$b_n = \frac{a_n - \sqrt{7}}{a_n + \sqrt{7}} \quad (n = 1, 2, 3, \dots)$$

で定めるとき、 $b_{n+1} = b_n^2$  ( $n = 1, 2, 3, \dots$ ) が成り立つことを示せ。

- (3)  $\lim_{n \rightarrow \infty} a_n$  と  $\lim_{n \rightarrow \infty} 2^{-n} \log(a_n - \sqrt{7})$  を求めよ。