平 成 29 年 度(前期日程)
入学者選抜学力検査問題

数　　学 ③

(数学Ⅰ・数学Ⅱ・数学Ⅲ・数学A・数学B)

試 験 時 間　120 分

医学部(医学科)

問　題	ページ
① ～ ④	1 ～ 2

注　意　事　項

1. 試験開始の合図があるまで，この冊子を開いてはいけません。
2. **各解答紙に志望学部及び受験番号を必ず記入しなさい。**
   なお，解答紙には，必要事項以外は記入してはいけません。
3. **解答は，必ず指定された解答紙に記入しなさい。**また**裏面は採点の対象としません。**
4. 試験開始後，この冊子又は解答紙に落丁・乱丁及び印刷の不鮮明な箇所などがあれば，手を挙げて監督者に知らせなさい。
5. この冊子の白紙と余白部分は，適宜下書きに使用してもかまいません。
6. 試験終了後，解答紙は持ち帰ってはいけません。
7. 試験終了後，この冊子は持ち帰りなさい。

※この冊子の中に解答紙が挟み込んであります。

1 半径1の円に外接する△ABCについて，$\angle \mathrm{CAB}=2x$，$\angle \mathrm{ABC}=2y$，$\angle \mathrm{BCA}=2z$とする。△ABCの面積をSとするとき，以下の問いに答えよ。

(問 1) $S=\dfrac{1}{\tan x}+\dfrac{1}{\tan y}+\dfrac{1}{\tan z}$が成り立つことを示せ。

(問 2) $z=\dfrac{\pi}{6}$のとき，Sの最小値とそのときのx，yを求めよ。

2 $s>0$，$t>0$とする。複素数平面上の$\alpha=-i$，$\beta=2-2i$，$\gamma=s+ti$を表す点をそれぞれA，B，Cとする。さらに，点Dを直線ACに関して点Bと反対側にとり，△ACDが正三角形になるようにする。点Dを表す複素数をzとするとき，以下の問いに答えよ。

(問 1) zをs，tを用いて表せ。

(問 2) α，β，γが等式$4(\beta-\alpha)^2+(\gamma-\alpha)^2-2(\beta-\alpha)(\gamma-\alpha)=0$を満たすとき，$\gamma$と$z$をそれぞれ求めよ。

(問 3) (問 2)で求めたγとzに対して，直線ACと直線BDの交点をFとし，$\angle \mathrm{DFC}=\theta$とする。このとき，$\cos\theta$の値を求めよ。

3 $f(x)=\dfrac{(x-1)(x-2)}{x^2}$ $(x>0)$とする。座標平面上の曲線$y=f(x)$をCとし，点$\mathrm{P}(t,\ f(t))$ $(t>0)$における曲線Cの接線をℓとする。以下の問いに答えよ。

(問 1) 接線ℓと曲線Cが点P以外に共有点をもたないようなtの最大値を求めよ。

(問 2) (問 1)で求めたtの値をaとする。実数kに対し，直線$\ell_k: y=k(x-a)+f(a)$と曲線Cの共有点の個数を求めよ。

(問 3) (問 2)の直線ℓ_kと曲線Cの共有点が2個のとき，それら共有点のx座標のうち小さい方の値が$\dfrac{1}{3}$となるようなkを求め，そのときの曲線Cと直線ℓ_kで囲まれた部分の面積を求めよ。

4 nは2以上の自然数とする。1から$2n$までの自然数の順列$a_1, a_2, \cdots, a_{2n}$に対して，分数の和

$$\frac{a_1}{a_{n+1}}+\frac{a_2}{a_{n+2}}+\cdots+\frac{a_n}{a_{2n}} \qquad \cdots(*)$$

を考える。1から$2n$までの自然数のすべての順列に対して$(*)$がとり得る値の最大値をS_nとする。以下の問いに答えよ。

(問 1) S_2を求めよ。

(問 2) S_nを与える順列$a_1, a_2, \cdots, a_{2n}$の例を1つ挙げ，その理由を述べよ。

(問 3) $\displaystyle\lim_{n\to\infty}\frac{S_n}{n\log n}$を求めよ。