平成20年度

入　試　問　題

数　　　学　【524】

試験開始の合図があるまでに，次の注意事項をよく読んでください。

1．試験開始の合図があるまで，問題用紙を開かないでください。

2．机の上には，受験票・鉛筆・シャープペンシル・消しゴム・鉛筆削り(電動式は除く)・腕時計(時刻表示機能だけのもの)・眼鏡以外のものは置かないでください。

3．問題用紙・解答用紙の両方に必ず志望学部(学校)・志望学科(専攻)・志望コース・受験番号・氏名・フリガナを記入してください。提出の前に記入漏れがないか再度確認してください。

4．「必須問題」については全員必ず解答してください。
「選択問題」については，5問題中3問題を選択し，解答してください。

5．選択した問題については，解答用紙左端の選択欄に○を必ず記入してください。

6．試験中に問題用紙の印刷不鮮明・ページの落丁・乱丁に気付いた場合は，手を挙げて監督者に知らせてください。

7．問題用紙の余白等は適宜利用して構いません。

8．解答はすべて解答用紙の所定欄に記入してください。

9．配布された問題用紙・解答用紙は試験終了後回収しますので，持ち帰らないでください。

◇携帯電話・PHS などは，電源を切った上でカバン等の中にしまってください。

志望学部(学校)	志望学科(専攻)	志望コース	受験番号	フリガナ	
	(　　　　　)			氏名	

〔必須問題〕全員必ず解答してください。

〔1〕 次の $\boxed{\qquad}$ にあてはまる数を求め，解答のみを解答欄に記入しなさい。

(1) α は無理数で，2次方程式 $3x^2+4x-1=0$ の解であるとする。このとき，$\dfrac{1}{1-\alpha}$ を A，B を有理数として，$\dfrac{1}{1-\alpha}=A+B\alpha$ という形で表すと，$A=\boxed{\text{ア}}$，$B=\boxed{\text{イ}}$ である。

(2) m を定数とする。$0 \leqq x \leqq 1$ という範囲で，関数 $f(x)=|x^2-mx|$ の最大値を m の関数と考えて，$g(m)$ と表す。このとき，

$m \leqq \boxed{\text{ウ}}$ ならば，$g(m)=-m+1$，

$\boxed{\text{ウ}} < m \leqq \boxed{\text{エ}}$ ならば，$g(m)=\boxed{\text{オ}}\,m^2$，

$\boxed{\text{エ}} < m$ ならば，$g(m)=m-1$

となる。また，m を変化させるとき，関数 $g(m)$ の最小値は $\boxed{\text{カ}}$ となる。

(3) (2)と同じ関数 $f(x)$ に対して，$h(m)=\displaystyle\int_0^1 f(x)\,dx$ と定める。m を変化させるとき，関数 $h(m)$ は $m=\boxed{\text{キ}}$ のとき最小となり，最小値は $\dfrac{\boxed{\text{ク}}}{6}$ となる。

(4) 袋の中に札が9枚あり，そのうち a 枚には数字の1が，b 枚には数字の2が，残りの c 枚には数字の3が記されている。ただし，$a \geqq 1$，$b \geqq 1$，$c \geqq 1$ とする。袋の中をよくかきまぜたのち，1枚の札を抜き出し，そこに記されている数 X を記録する。そのあと，札を袋に戻してよくかきまぜてからもう一度，1枚の札を抜き出し，そこに記されている数 Y を記録する。

(i) $a=2$，$b=3$ のとき，$X+Y=4$ となる確率は $\boxed{\text{ケ}}$ である。

(ii) $X+Y=3$ となる確率が最大となるように a，b を定めるとすると，その場合の $X+Y=3$ となる確率は $\boxed{\text{コ}}$ である。

(iii) $X=Y$ となる確率が最小となるように a，b を定めるとすると，その場合の $X=Y$ となる確率は $\boxed{\text{サ}}$ である。

〔選択問題〕以下の5問題中3問題を選択し，解答してください。

選択した問題については，解答用紙左端の選択欄に○を記入してください。

〔2〕 次の $\boxed{}$ にあてはまる数を求め，解答のみを解答欄に記入しなさい。

(1) $x(y-x)=\boxed{\text{ア}}\{(y^2-x^2)-(y-x)^2\}$ が成り立つ。

(2) 数列$\{a_n\}(n=0,\ 1,\ 2,\ \cdots)$は，$a_0=0$であり，$n=1,\ 2,\ 3,\ \cdots$ のとき，

$$\sum_{k=1}^{n}(a_k-a_{k-1})^2=n^2,\qquad a_{n-1}<a_n$$

を満たすとする。このとき，$a_3=\boxed{\text{イ}}$ であり，

$$\sum_{k=1}^{100}a_{k-1}(a_k-a_{k-1})=\boxed{\text{ウ}}\,(a_{100})^2+\boxed{\text{エ}},$$

$$\sum_{k=1}^{100}a_k(a_k-a_{k-1})=\boxed{\text{オ}}\,(a_{100})^2+\boxed{\text{カ}}$$

となる。

〔3〕 次の $\boxed{}$ にあてはまる数を求め，解答のみを解答欄に記入しなさい。

(1) $\tan\dfrac{\pi}{12} = a - \sqrt{b}$ を満たす整数 a，b を求めると，$a = \boxed{\text{ア}}$，$b = \boxed{\text{イ}}$ である。

(2) $x = \tan\dfrac{25}{28}\pi$，$y = \tan\dfrac{\pi}{7}$ のとき，式 $\dfrac{x-y}{1+xy}$ の値は $\boxed{\text{ウ}}$ である。

(3) (1)で定まった整数 a，b に対して，次の(＊)が成り立つような正の整数 n のうち，最小のものは $\boxed{\text{エ}}$ である。

(＊) n 個の任意の実数 a_1，a_2，…，a_n に対して，その中に必ず，

$$0 \leqq \frac{a_i - a_j}{1 + a_i a_j} \leqq a - \sqrt{b}$$

を満たす a_i，a_j（ただし，$i \neq j$）が存在する。

〔 4 〕 1ではない正の数 x，y は，

$$x^4y^3=\frac{1}{16},\quad (\log_2 x)(\log_y 2)+(\log_2 y)(\log_x 2)=-\frac{17}{4}$$

を満たすとする。このとき，次の $\boxed{}$ にあてはまる数を求め，解答のみを解答欄に記入しなさい。

(1) $4\log_2 x+3\log_2 y=$ $\boxed{\text{ア}}$ である。

(2) $x>1$ とすると，$x=$ $\boxed{\text{イ}}$ ，$y=$ $\boxed{\text{ウ}}$ である。

(3) $x<1$ とすると，$\dfrac{y}{x^3}=$ $\boxed{\text{エ}}$ である。

〔5〕 AB $= 1$，BC $= 2$ の長方形ABCDの辺BC，CD上にそれぞれ点E，Fを，$\angle$AEF $= 90°$ となるようにとる。BE $= x$ とおくとき，$\triangle$CEFの面積を $S(x)$，$\triangle$AEFの面積を $T(x)$ とする。x が $0 \leqq x \leqq 1$ の範囲で変化するとき，次の $\boxed{}$ にあてはまる数を求め，解答のみを解答欄に記入しなさい。

(1) $S(x)$ は，$x =$ $\boxed{ア}$ のとき最大値 $\boxed{イ}$ をとる。

(2) $T(x)$ は，$x =$ $\boxed{ウ}$ のとき最小値 $\boxed{エ}$ をとる。さらにこのとき，$\tan \angle$EFA $=$ $\boxed{オ}$ となる。

〔 6 〕 四面体OABCに対して，点Pが

$$\overrightarrow{OP}+2\overrightarrow{AP}+3\overrightarrow{BP}+4\overrightarrow{CP}=\vec{0}$$

を満たすとする。また，辺AB上に点Q，辺OC上に点Rをとると，点Pは線分QRの中点になっているとする。このとき，次の $\boxed{}$ にあてはまる数を求め，解答のみを解答欄に記入しなさい。

(1) AQ：QB＝ $\boxed{ア}$ ：2，OR：RC＝ $\boxed{イ}$ ：1である。

(2) 直線OPと平面ABCの交わる点をSとするとき，OP：PS＝ $\boxed{ウ}$ ：1である。

(3) 直線APと平面OBCの交わる点をTとするとき，

$$\overrightarrow{OT}=\boxed{エ}\,\overrightarrow{OB}+\boxed{オ}\,\overrightarrow{OC}$$

となる。