平成21年度

入 試 問 題

数　　　学 【525】

試験開始の合図があるまでに，次の注意事項をよく読んでください。

1．試験開始の合図があるまで，問題用紙を開かないでください。

2．机の上には，受験票・鉛筆・シャープペンシル・消しゴム・鉛筆削り(電動式は除く)・腕時計(時刻表示機能だけのもの)・眼鏡以外のものは置かないでください。

3．問題用紙・解答用紙の両方に必ず志望学部(学校)・志望学科(専攻)・志望コース・受験番号・氏名・フリガナを記入してください。提出の前に記入漏れがないか再度確認してください。

4．「必須問題」については全員必ず解答してください。
「選択問題」については，5問題中3問題を選択し，解答してください。

5．選択した問題については，解答用紙左端の選択欄に○を必ず記入してください。

6．試験中に問題用紙の印刷不鮮明・ページの落丁・乱丁に気付いた場合は，手を挙げて監督者に知らせてください。

7．問題用紙の余白等は適宜利用して構いません。

8．解答はすべて解答用紙の所定欄に記入してください。

9．配布された問題用紙・解答用紙は試験終了後回収しますので，持ち帰らないでください。

◇携帯電話・PHSなどは，電源を切った上でカバン等の中にしまってください。

志望学部(学校)	志望学科(専攻)	志望コース	受験番号	フリガナ	
	(　　　　)			氏名	

〔必須問題〕全員必ず解答してください。

〔１〕 次の $\boxed{}$ にあてはまる数を求め，解答のみを解答欄に記入しなさい。

(1) 放物線 $y=x^2$ を平行移動させ，直線 $y=x$ に点 $(t,\ t)$ で接するようにした放物線を C とする。この放物線 C が放物線 $y=-x^2$ と共有点をもつような t の値の範囲は，$\boxed{\text{ア}} \leqq t \leqq \boxed{\text{イ}}$ であり，t の値がこの範囲にあるとき，放物線 C と放物線 $y=-x^2$ とで囲まれる図形の面積は，$t=\boxed{\text{ウ}}$ で最大となり，その最大値は $\boxed{\text{エ}}$ となる。

(2) x，y はそれぞれ，1と異なる正の数とする。このとき，

$$x^{\frac{y}{x}}=y^{\frac{x}{y}},\ \log_x y+\log_y x=\frac{13}{6},\ x<y$$

を満たす x，y を求めると，$x=\dfrac{\boxed{\text{オ}}}{2}$，$y=\dfrac{\boxed{\text{カ}}}{4}$ となる。

(3) ある年齢層の男性について，確率が $\dfrac{1}{10}$ でかかっている病気Aがあるとする。健康診断でその年齢層の男性を25人検診した。k を $0\leqq k\leqq 25$ を満たす整数とするとき，25人中，病気Aにかかっている人数が k 人である確率を P_k とおく。このとき，

$$\frac{P_{k+1}}{P_k}-1=\frac{2(\boxed{\text{キ}}-5k)}{9(k+1)} \qquad (0\leqq k\leqq 24)$$

となる。よって，P_k が正の数であることに注意すると，

$0\leqq k\leqq \boxed{\text{ク}}$ のとき，$P_k<P_{k+1}$，$\boxed{\text{ク}}+1\leqq k\leqq 24$ のとき，$P_k>P_{k+1}$ となる。このことから，P_k が最大となる k は，$k=\boxed{\text{ケ}}$ の場合であることが分かり，そのとき，$P_k=3^{\boxed{\text{コ}}}\times 10^{-23}$ と表すことができる。また，$k=\boxed{\text{ケ}}$ の場合の次に P_k が大きいのは，$k=\boxed{\text{サ}}$ の場合であることが分かる。

〔選択問題〕以下の5問題中3問題を選択し，解答してください。

選択した問題については，解答用紙左端の選択欄に○を記入してください。

〔 2 〕 2次関数$y=x^2$のグラフと，x軸，および直線$x=1$とで囲まれた図形をSとするとき，次の $\boxed{}$ にあてはまる数を求め，解答のみを解答欄に記入しなさい。

(1) 直線$y=b$が，図形Sを面積の等しい2つの部分に分けるとき，$b=\boxed{ア}$である。

(2) 直線$y=-x+1$と，放物線$y=x^2$，および直線$x=1$とで囲まれた図形の面積は$\dfrac{\boxed{イ}}{12}$である。

(3) 直線$y=-x+k$が，図形Sを面積の等しい2つの部分に分けるとき，この直線と放物線$y=x^2$の$0<x<1$の範囲における交点のx座標をpとおく。このとき，pは$4p^3-\boxed{ウ}p^2-\boxed{エ}p+\boxed{オ}=0$を満たす。また，$p$を小数で表したとき，その小数第1位の数は$\boxed{カ}$である。

〔 3 〕 関数 $f(x)=|x^3-3x|+3x$ について，次の $\boxed{}$ にあてはまる数を求め，解答のみを解答欄に記入しなさい。

(1) 関数 $f(x)$ は，$x=$ $\boxed{ア}$ で極大となり，$x=$ $\boxed{イ}$ で最小となる。

(2) a，b は $-\sqrt{3}<a<0<b<\sqrt{3}$ を満たす定数とする。$y=f(x)$ のグラフ上の点 $(a,\ f(a))$ において接線を引いたとき，その接線が点 $(b,\ f(b))$ においても $y=f(x)$ のグラフに接しているとすると，$a=$ $\boxed{ウ}$ ，$b=$ $\boxed{エ}$ である。また，その接線の方程式は $y=$ $\boxed{オ}$ $x+$ $\boxed{カ}$ である。

〔４〕 1, 3, 5, …, 17, 19という1以上19以下の10個の奇数について，次の $\boxed{}$ にあてはまる整数を求め，解答のみを解答欄に記入しなさい。

(1) これら10個の奇数の総和 $1+3+5+\cdots+17+19$ は，$\boxed{ア}$ である。

(2) これら10個の奇数のそれぞれの2乗の総和 $1^2+3^2+5^2+\cdots+17^2+19^2$ は，$\boxed{イ}$ である。

(3) これら10個の奇数のそれぞれの3乗の総和 $1^3+3^3+5^3+\cdots+17^3+19^3$ は，$\boxed{ウ}$ である。

(4) これら10個の奇数のうち，たがいに隣接する2つの奇数の積の総和 $1\cdot3+3\cdot5+\cdots+17\cdot19$ は，$\boxed{エ}$ である。

(5) これら10個の奇数のうち，たがいに隣接していない相異なる2つの奇数の積の総和 $1\cdot5+1\cdot7+\cdots+15\cdot19$ は，$\boxed{オ}$ である。

ただし，たがいに隣接する2つの奇数とは，1と3のように，その差が2である2つの奇数のこととする。

〔 5 〕 四角形ABCDは円に内接していて，

$$AB=3,\ AD=2,\ \angle BAD=30^\circ,\ BC=CD$$

であるとする。また，対角線ACとBDの交点をPとする。このとき，次の $\boxed{}$ にあてはまる数を求め，解答のみを解答欄に記入しなさい。

(1) $\overrightarrow{AP}=\boxed{\text{ア}}\,\overrightarrow{AB}+\boxed{\text{イ}}\,\overrightarrow{AD}$

(2) $|\overrightarrow{AP}|=\boxed{\text{ウ}}\,(\sqrt{6}+\sqrt{2})$

(3) kを正の定数として，$\overrightarrow{AC}=k\overrightarrow{AP}$とすると，$k=\boxed{\text{エ}}\,(2-\sqrt{3})$となる。

(4) 四角形ABCDの面積 $=\boxed{\text{オ}}\,(2-\sqrt{3})$

〔 6 〕 a, b を定数とする 3 次方程式 $x^3+ax+b=0$ が解として，1，$\cos\alpha$，$\cos\beta$ をもつとき（ただし，α，β は定数），次の $\boxed{}$ にあてはまる数を求め，解答のみを解答欄に記入しなさい。

(1) a のとり得る値の範囲は，$\boxed{\text{ア}} \leqq a \leqq \boxed{\text{イ}}$ である。

(2) $\cos(\alpha+\beta)$，$\cos(\alpha-\beta)$ を解にもつ 2 次方程式は，
$x^2+\boxed{\text{ウ}}\,bx+\boxed{\text{エ}}\,b=0$ である。

(3) $0 \leqq \alpha \leqq \pi$，$0 \leqq \beta \leqq \pi$ で，かつ $b=-\dfrac{1}{5}$ とするとき，$\sin\alpha$，$\sin\beta$ を解にもつ 2 次方程式を $x^2+cx+d=0$ と表すと，$c^2=\dfrac{\boxed{\text{オ}}}{5}$，$d=\dfrac{\boxed{\text{カ}}}{5}$ となる。