

B

平成 23 年度個別学力検査問題(医学部)

数 学

前 期 日 程

注 意 事 項

- 1 試験開始の合図があるまで、この問題冊子の中を見てはいけません。
- 2 この問題冊子は、2 ページあり、問題は(1)から(3)まで 3 題あります。解答用紙は 3 枚あります。
試験中に問題冊子の印刷不鮮明、ページの乱丁・落丁および解答用紙の汚れ等に気付いた場合は、手を挙げて監督者に知らせなさい。
- 3 監督者の指示に従って、解答用紙に受験番号を記入しなさい。
- 4 解答は、解答用紙の該当箇所に記入しなさい。ただし、該当箇所に記入しきれない場合は、その解答用紙の裏に記入してもよい。その場合、「裏に記入」と明記しなさい。ただし、解答用紙の裏の上部(破線より上の部分)には解答を記入してはいけません。
- 5 配付された解答用紙は、持ち帰ってはいけません。
- 6 試験終了後、問題冊子は持ち帰りなさい。

(1) 大小2個のさいころを投げて、出る目をそれぞれ a, b とする。この a, b に
対し、 $f(x) = x^2 - ax + b$, $g(x) = x^3 - (a + b)x^2 + (a + 1)bx - b^2$ とおく。
次の問いに答えよ。

(i) 方程式 $f(x) = 0$ が、実数解をもつ確率を求めよ。

(ii) 方程式 $f(x) = 0$ が、整数の解を少なくとも1つもつ確率を求めよ。

(iii) 方程式 $g(x) = 0$ が、異なる整数の解をちょうど2個もつ確率を求めよ。

(2) 円 $C_1: x^2 + y^2 = 25$ と円 $C_2: (x - 10)^2 + (y - 5)^2 = 50$ の2つの交点と原点
を通る円を C_3 とする。次の問いに答えよ。

(i) 円 C_3 の中心と半径を求めよ。

(ii) 点 $P(x, y)$ が円 C_3 上を動くとき、 $2y - x$ の最大値を求めよ。

(iii) 円 C_1 と円 C_2 の2つの交点を通る円の中心の軌跡を求めよ。

(iv) 円 C_1 と円 C_2 の2つの交点を通る円を C とする。点 $Q(x, y)$ が円 C 上を動
くとき、 $2y - x$ の最大値が最小となる円 C の中心と半径を求めよ。

(3) $f(x) = \frac{3\sqrt{3}}{4} - \sin 2x$, $g(x) = \frac{3\sqrt{3}}{4} - 2\cos x$ とする。次の問いに答えよ。

(i) 関数 $\{f(x)\}^2 - \{g(x)\}^2$ の不定積分を求めよ。

(ii) すべての実数 x に対して、不等式 $\sin 2x \leq a - 2\cos x$ が成り立つような定数 a の中で最小の値を求めよ。

(iii) 定積分 $\int_0^\pi |\{f(x)\}^2 - \{g(x)\}^2| dx$ を求めよ。