

平成 23 年 度

(ページ数)

18ページ

試験問題(択一式) —

英語	… 1 ~ 7 ページ
数学	… 8 ~ 12 ページ
国語	… 13 ~ 18 ページ

受 験 地	受 験 番 号

受 験 心 得

1. この試験問題は、指示があるまで開かないこと。
2. 試験問題および解答用紙には、受験地、受験番号を忘れずに記入すること。
3. 問題は、英語、数学それぞれ15題、国語は10題である。
4. 試験時間は、英語、数学、国語の3科目を合わせて、10時から11時30分までの90分間である。
5. 解答方法は次のとおりである。

各問題にはいくつかの答が示してある。そのうち、問題の解答として正しいと思うものを一つ選び、次の例にならって記入すること。

- ① (3)が正しい答と思うとき、解答用紙のその番号のところに、下のようにはっきりと×印を記入すること。

(1) (2) (3) (4) (5)
○ ○ ⊗ ○ ○

- ② (3)に×印をつけたあと、答を(5)に修正する場合には、下のように(3)をぬりつぶし、(5)にはっきりと×印をつけ直すこと。

(1) (2) (3) (4) (5)
○ ○ ● ○ ⊗

- ③ ぬりつぶした訂正箇所(3)が正しい答と思い直したときは、(5)をぬりつぶし、正しいと思う番号(3)の●の上にはっきりと大きな×印をつけ直すこと。

(1) (2) (3) (4) (5)
○ ○ ⊗ ○ ●

6. 解答に×印をつけないものや、二つ以上つけたものは、誤りと同じに取り扱う。
7. 試験時間中は、すべて試験係官の指示に従うこと。用便その他やむを得ない事情があるときは、黙って手をあげて試験係官に用件を話すこと。

試験問題(択一式) — 数 学

1 a が正の実数であるとき、 $|x+1|+2|x-a| \leq 10$ を満たす実数 x の集合が -1 を含まず a を含むことと、 a が $\alpha < a \leq \beta$ を満たすことが同値となる。このとき、 $\alpha + \beta$ はいくらか。

- (1) 12 (2) 13 (3) 14 (4) 15
(5) 上の4つの答はどれも正しくない。

2 放物線 $C: y = -\frac{1}{2}x^2 + 4x + k$ ($k > 0$) の、点 $P(2, 6+k)$ における接線を l とする。 l と x 軸の交点を Q 、 C と x 軸の交点を R, S とする (R の x 座標は S の x 座標より小さいものとする)。原点を O として、 $\triangle PRS$ の面積が $\triangle PQO$ の面積の2倍になるような k の値はいくらか。

- (1) 10 (2) 12 (3) 14 (4) 16
(5) 上の4つの答はどれも正しくない。

3 点 P は放物線 $C: y = \frac{1}{4}x^2$ 上の点であるとする。点 Q を $(0, -k)$ ($k > 0$)、点 P から x 軸におろした垂線の足を R とする。 $\angle QPR = \theta$ とし、点 P を C 上で動かしたとき、 $\tan \theta$ の最大値が $\frac{1}{6}$ となるように k を定めよ。

- (1) 24 (2) 30 (3) 36 (4) 42
(5) 上の4つの答はどれも正しくない。

4 赤玉が3個、白玉が3個、計6個の玉が入っている袋から玉をでたらめに1個ずつ取り出していき、赤玉を2個取り出したとき、玉の取り出しを終了する。ここで、取り出した玉は袋に戻さないものとする。このとき、終了するまでに取り出した白玉の個数の期待値はいくらか。

(1) $\frac{3}{2}$ (2) $\frac{4}{3}$ (3) $\frac{5}{4}$ (4) $\frac{6}{5}$

(5) 上の4つの答はどれも正しくない。

5 $AB = AC = 2$ である $\triangle ABC$ において、辺 AB の中点を L 、辺 BC の中点を M 、辺 AC の中点を N 、 $\angle A = \theta$ とし、 $AM + LN + BC$ を最大にする θ を θ_0 とする。このとき $\sin \theta_0$ はいくらか。

(1) $\frac{1}{5}$ (2) $\frac{2}{5}$ (3) $\frac{3}{5}$ (4) $\frac{4}{5}$

(5) 上の4つの答はどれも正しくない。

6 座標平面上に原点 O を中心とした半径4の円がある。点 $(0, 2)$ を通る直線が、この円に切り取られる線分の長さが $2\sqrt{15}$ であるとき、この直線の傾きはいくらか。

(1) $\pm\sqrt{2}$ (2) $\pm\sqrt{3}$ (3) $\pm\sqrt{5}$ (4) $\pm\sqrt{6}$

(5) 上の4つの答はどれも正しくない。

7 関数 $f(x) = x^3 + 3x^2 + 3px + 1$ が、正の極大値と負の極小値をもつための実数 p の条件を求めよ。

(1) $p < \frac{1}{4}$ (2) $p < -\frac{1}{4}$ (3) $p < -\frac{3}{4}$ (4) $p < -\frac{5}{4}$

(5) 上の4つの答はどれも正しくない。

8 放物線 $C: y = x^2$ 上の点 $A(-1, 1)$ における C の法線を l とする。 l と C の交点で、点 A ではない方を点 B とする。このとき、線分 AB と C で囲まれる図形の面積はいくらか。

(1) $\frac{125}{48}$ (2) $\frac{125}{49}$ (3) $\frac{125}{51}$ (4) $\frac{125}{52}$

(5) 上の4つの答はどれも正しくない。

9 $S_n = \sum_{k=1}^n \frac{k}{2^k}$, $T_n = 2^{n+1} S_n$ ($n = 1, 2, 3, \dots$) とする。 $T_n - T_{n-1} = 62$ となる n はいくらか。

(1) 6 (2) 7 (3) 8 (4) 9

(5) 上の4つの答はどれも正しくない。

10 $\vec{OA} = \vec{a}$, $\vec{OB} = \vec{b}$, $\vec{OC} = \vec{c}$ とするとき, $|\vec{a}| = 2$, $|\vec{c}| = 2$, $\vec{a} \cdot \vec{b} = 3$, $\vec{b} \cdot \vec{c} = 2$, $\vec{c} \cdot \vec{a} = 2$ である四面体 OABC において, 辺 OA の中点を P, 辺 BC の中点を Q, 線分 PQ の中点を R とする。△OAC を含む平面を α とし, 点 R から平面 α へおろした垂線の足を S, $\vec{OS} = s\vec{a} + t\vec{c}$ とする。このとき $s+t$ はいくらか。ここで, s, t は実数である。

(1) $\frac{17}{20}$ (2) $\frac{17}{22}$ (3) $\frac{17}{24}$ (4) $\frac{17}{26}$

(5) 上の 4 つの答はどれも正しくない。

11 $a = \sqrt{2}-1$ とすると, $\sum_{k=1}^{\infty} \left(k \sum_{l=k}^{\infty} \frac{(l+1)a^l + a^{l+1} - la^{l+2}}{l(l+1)} \right)$ はいくらか。

(1) 1 (2) 2 (3) 3 (4) 4

(5) 上の 4 つの答はどれも正しくない。

12 媒介変数 θ ($0 \leq \theta \leq 2\pi$) を用いて, $x = \theta - \sin \theta$, $y = 1 - \cos \theta$ と表される曲

線上の点 P ($\theta - \sin \theta$, $1 - \cos \theta$) における接線が y 軸と交わる点を Q とする。 θ が

$\frac{\pi}{2} \leq \theta \leq \pi$ の範囲を動くとき, 点 Q の y 座標の最大値と最小値の和はいくらか。

(1) $2 - \frac{\pi}{2}$ (2) $2 + \frac{\pi}{2}$ (3) $4 - \frac{\pi}{2}$ (4) $4 + \frac{\pi}{2}$

(5) 上の 4 つの答はどれも正しくない。

13 自然数 m, n に対し, $B(m, n) = \int_0^1 x^{m-1} (1-x)^{n-1} dx$ とする。

$B(3, 3) = kB(5, 1)$ を満たす実数 k はいくらか。

- (1) $\frac{1}{4}$ (2) $\frac{1}{5}$ (3) $\frac{1}{6}$ (4) $\frac{1}{7}$

(5) 上の4つの答はどれも正しくない。

14 行列 $A = \begin{pmatrix} 11 & -10 \\ 5 & -4 \end{pmatrix}$ に対し, $A \begin{pmatrix} x \\ 2 \end{pmatrix} = k \begin{pmatrix} x \\ 2 \end{pmatrix}$ を満たす実数 k, x の組 (k, x) は

2組存在する。それらを $(k_1, x_1), (k_2, x_2)$ (ただし $k_1 < k_2$) とするとき, x_1 と k_2 の積はいくらか。

- (1) 11 (2) 12 (3) 13 (4) 14

(5) 上の4つの答はどれも正しくない。

15 焦点が $F(0, 2)$, 準線が $x = -6$ である放物線が直線 $y = 14$ と交わる点の x 座標はいくらか。

- (1) 8 (2) 9 (3) 10 (4) 11

(5) 上の4つの答はどれも正しくない。