

平成 23 年度入学者選抜個別(第 2 次)学力検査問題

数 学  
(医 学 科)

注 意 事 項

1. 監督者の指示があるまで、この冊子を開いてはいけません。
2. 問題冊子は、全部で 8 ページあります。
3. 解答用紙は、問題冊子と別に印刷されているので、誤らないように注意しなさい。
4. 解答用紙には、必ず解答の過程と結果を記入しなさい。
5. 解答は、必ず解答用紙の点線より左に記入しなさい。
6. 下書は、各問題の余白を利用し、なお不足する場合は、問題冊子の第 1 ページの表裏と第 4 ページの裏から第 8 ページの裏まで使用しなさい。ただし、切り離してはいけません。
7. 各解答用紙には、受験番号欄が 2 カ所ずつあります。それぞれ記入を忘れないこと。
8. 解答用紙は、記入の有無にかかわらず、机上に置き、持ち帰ってはいけません。この冊子は持ち帰りなさい。
9. 落丁または印刷の不鮮明な箇所があれば申し出なさい。

下 書 用 紙 (切り取ってはいけない)

1 ある硬貨を投げたとき、表と裏がそれぞれ確率  $\frac{1}{2}$  で出るとする。この硬貨を投げる操作を繰り返し行い、3回続けて表が出たときこの操作を終了する。自然数  $n$  に対し、

操作がちょうど  $n$  回目で終了となる確率を  $P_n$

操作が  $n$  回以上繰り返される確率を  $Q_n$

とする。このとき以下の各問いに答えよ。

(1)  $P_3, P_4, P_5, P_6, P_7$  をそれぞれ求めよ。

(2)  $Q_6, Q_7$  をそれぞれ求めよ。

(3)  $n \geq 5$  のとき、 $Q_n - Q_{n-1}$  を  $Q_{n-4}$  を用いて表せ。

(4)  $n \geq 4$  のとき、 $Q_n < \left(\frac{3}{4}\right)^{\frac{n-3}{4}}$  が成り立つことを示せ。

2 座標平面において、原点を  $O$  とし、次のような 3 点  $P, Q, R$  を考える。

- (a) 点  $P$  は  $x$  軸上にあり、その  $x$  座標は正である。
- (b) 点  $Q$  は第 1 象限にあつて、 $OQ = QP = 1$  を満たす。
- (c) 点  $R$  は第 1 象限にあつて、 $OR + RP = 2$  を満たし、かつ線分  $RP$  が  $x$  軸に垂直となる。

ただし、座標軸は第 1 象限に含めないものとする。このとき以下の各問いに答えよ。

- (1) 上の条件を満たす 2 点  $Q, R$  が存在するような、点  $P$  の  $x$  座標が取りうる値の範囲を求めよ。
- (2) (1)の範囲を点  $P$  が動くとき、線分  $QR$  が通過する領域を図示し、その面積を求めよ。
- (3) 線分  $OP$  の中点を  $M$  とする。(1)の範囲を点  $P$  が動くとき、四角形  $MPRQ$  の面積を最大にする点  $P$  の  $x$  座標を求めよ。

3

自然数  $n$  に対し

$$S_n = \int_0^1 \frac{1 - (-x)^n}{1+x} dx$$

$$T_n = \sum_{k=1}^n \frac{(-1)^{k-1}}{k(k+1)}$$

とおく。このとき以下の各問いに答えよ。

(1) 次の不等式を示せ。

$$\left| S_n - \int_0^1 \frac{1}{1+x} dx \right| \leq \frac{1}{n+1}$$

(2)  $T_n - 2S_n$  を  $n$  を用いて表せ。

(3) 極限值  $\lim_{n \rightarrow \infty} T_n$  を求めよ。

下書用紙 (切り取ってはいけない)

下 書 用 紙 (切り取ってはいけない)

下 書 用 紙 (切り取ってはいけない)



下 書 用 紙 (切り取ってはいけない)