

前期日程試験

## 平成 23 年度医学科入学試験問題

# 数 学

### 〔注意事項〕

- 1 監督者の指示があるまで、この冊子を開いてはいけない。
- 2 解答用紙に受験番号と氏名を必ず記入すること。
- 3 この問題冊子の本文は、4 ページからなっている。落丁、乱丁及び印刷不鮮明な箇所等があれば、手をあげて監督者に知らせなさい。
- 4 この問題冊子の計算用紙と余白は、適宜下書きに使用してもよい。
- 5 解答は、すべて別紙「解答用紙」の指定された場所に記入すること。
- 6 この問題冊子は持ち帰ること。

- 1  $O$  を原点とする座標平面において、2次正方行列  $A$  の表す1次変換を  $f$  とする。点  $(1, 0)$  を  $P$  とし、 $Q = f(P)$ 、 $R = f(Q)$  とおくと

$$\vec{OP} + \vec{OQ} + \vec{OR} = \vec{0}$$

であるとする。

- (1)  $f(R) = P$  であることを証明せよ。
- (2)  $A^2 + A + E = O$  であることを証明せよ。ここで  $E$  は単位行列、 $O$  は零行列である。
- (3)  $PQ$  の長さが  $\sqrt{5}$  であり  $\triangle PQR$  の面積が  $\frac{3}{2}$  であるとき、行列  $A$  をすべて求めよ。

2

1 辺の長さが 1 の立方体について、以下の問いに答えよ。

- (1) 立方体を 1 枚の平面で切断したときの切り口が三角形であるとき、その三角形は鋭角三角形であることを証明せよ。
- (2) どのような鋭角三角形  $T$  に対しても、立方体を 1 枚の平面で切断したときの切り口が  $T$  と相似になるような切り方が存在することを証明せよ。
- (3) 立方体を 3 枚の平面で切断し、いくつかの立体に切り分けることを考える。このような切り方の中で、正五角形の面をもつ立体を作る方法を説明せよ。

**3**  $a$  を正の実数とする。座標平面において、曲線  $C_1 : y = \sqrt{a(x+2)} (x \geq -2)$  と曲線  $C_2 : y = \sqrt{x^2 + 2x} (x \geq 0)$  を考える。曲線  $C_1$  と曲線  $C_2$  および  $x$  軸で囲まれた部分の面積を  $S_1(a)$  とし、曲線  $C_1$  と曲線  $C_2$  および直線  $x = 2a$  で囲まれた部分の面積を  $S_2(a)$  とする。

(1)  $\int_{-2}^{2a} \sqrt{a(x+2)} dx$  を求めよ。

(2)  $f(a) = S_1(a) - S_2(a)$  とおく。関数  $f(a)$  が極値をとるような  $a$  の値を求めよ。

(3)  $\int_0^{2a} \sqrt{x^2 + 2x} dx > 2a^2$  であることを証明せよ。

(4)  $S_1(a) = S_2(a)$  となるような  $a$  が存在することを証明せよ。

4  $n$  を 5 以上の整数とする。平面上に点  $O$  をとる。  $O$  を通る直線上に  $OA_0 = 1$  となる点  $A_0$  を一つとる。点  $O$  を中心として直線  $OA_0$  を正の向きに角  $\frac{2\pi}{n}$  だけ回転した直線上に  $OA_1 \perp A_0A_1$  となる点  $A_1$  をとる。次に、点  $O$  を中心として直線  $OA_1$  を正の向きに角  $\frac{2\pi}{n}$  だけ回転した直線上に  $OA_2 \perp A_1A_2$  となる点  $A_2$  をとる。以下同様にして  $k = 3, 4, \dots, n$  について、点  $O$  を中心として直線  $OA_{k-1}$  を正の向きに角  $\frac{2\pi}{n}$  だけ回転した直線上に  $OA_k \perp A_{k-1}A_k$  となる点  $A_k$  をとる。特に、点  $A_n$  は線分  $OA_0$  上の点となる。

- (1) 不等式  $1 - \frac{x^2}{2} \leq \cos x$  を証明せよ。
- (2) 線分  $OA_n$  の長さを  $r_n$  とする。極限值  $\lim_{n \rightarrow \infty} r_n$  を求めよ。
- (3) 線分  $A_0A_1, A_1A_2, \dots, A_{n-1}A_n$  の長さの和を  $L_n$  とする。極限值  $\lim_{n \rightarrow \infty} L_n$  を求めよ。

(計 算 用 紙)

受験 番号	※	氏名	※
----------	---	----	---

○ ○ ○ ○

### 数 学 (解答用紙)

- 1 解答を書き始める前に、必ず受験番号及び氏名を2枚の解答用紙の所定の箇所(※)に記入すること。
- 2 解答はすべて所定の解答欄に記入すること。
- 3 解答欄に解答以外のことを書いた答案は無効とすることがある。

1

数 学 (解答用紙)

1 (つづき)



数 学 (解答用紙)

2

(この欄はとじしろのため、解答を書いてはいけません。)

数 学 (解答用紙)

2 (つづき)

受験号	※	氏名	※
-----	---	----	---

○ ○ ○ ○

数 学 (解答用紙)

3

数 学 (解答用紙)

3 (つづき)

4

(この欄はとじしろのため、解答を書いてはいけない。)

数 学 (解答用紙)

4 (つづき)