平成 23 年度　日本医科大学入学試験問題

〔 数　学 〕

受験番号	

注　意　事　項

1. 指示があるまで問題用紙は開かないこと。
2. 問題用紙および解答用紙配布後，監督者の指示に従い，配布枚数の確認を行うこと。
   （問題冊子５ページ，うち２ページは計算用紙，解答用紙３枚）
   落丁，乱丁，印刷の不鮮明の箇所があったら，手を挙げて監督者に知らせること。
3. 解答時間は 11 時 25 分から 12 時 55 分までの 90 分。
   解答が終わっても，または試験を放棄する場合でも，試験終了までは退場できない。
4. 机上には，受験票と筆記用具および時計（計時機能のみ）以外は置かないこと。
5. 筆記用具は鉛筆，シャープペンシル，消しゴムのみとする。
   （コンパス，定規等は使用できない。）
6. 止むを得ず下敷を使用する場合は，監督者の許可を得ること。
7. 解答はすべて解答用紙の所定の解答欄に記入すること。欄外には何も書かないこと。
8. この問題用紙の余白および計算用紙は草稿や計算に自由に用いてよい。
9. 耳栓の使用はできない。
10. 携帯電話等の電源は必ず切り，鞄の中にしまうこと。
11. 質問，用便，中途退室など用件のある場合は，無言のまま手を挙げて監督者の指示に従うこと。
12. 受験中不正行為があった場合は，試験の一切を無効とし，試験終了時間まで別室で待機を命じる。
13. 退室時は，試験問題および解答用紙を裏返しにすること。

[I] 次の空欄 $\boxed{\text{ア}}$ ～ $\boxed{\text{コ}}$ に適する数を解答欄に記せ。ただし，分数は既約分数の形で答えよ。

平面 P 上に三角形 ABC があり，

$$\mathrm{AB} = \mathrm{AC} = 5, \quad \mathrm{BC} = 8$$

が成立している。このとき，

$$\cos \angle \mathrm{BAC} = \boxed{\text{ア}}, \quad \sin \angle \mathrm{BAC} = \boxed{\text{イ}}$$

であり，三角形ABCの面積は $\boxed{\text{ウ}}$ ，内接円の半径は $\boxed{\text{エ}}$ ，外接円の半径は $\boxed{\text{オ}}$ である。

この三角形ABCの周（ただし，3 頂点 A,B,C を除く）を m とする。平面 P 上に点 X をとり，点 X を中心として三角形 ABC を 1 回転するとき (回転角 θ は $0 \leqq \theta < 2\pi$ の範囲を動くとする)，m が少なくとも 1 回通過する点の全体が作る領域の面積を $S(\mathrm{X})$，m がちょうど 2 回通過する点の全体が作る領域の面積を $S_2(\mathrm{X})$ とする。

たとえば，X を三角形 ABC の頂点 A にとれば，

$$S(\mathrm{A}) = \boxed{\text{カ}}, \quad S_2(\mathrm{A}) = \boxed{\text{キ}}$$

となり，X を三角形 ABC の外心 O にとれば，

$$S(\mathrm{O}) = \boxed{\text{ク}}, \quad S_2(\mathrm{O}) = \boxed{\text{ケ}}$$

となる。また，点 X が線分 OA(両端点を含む) 上を動くとき，

$$S(\mathrm{X}) = S(\mathrm{O})$$

を満たす点 X の全体は，長さ $\boxed{\text{コ}}$ の線分となる。

[II] 次式がすべての実数 x について成り立つとして，以下の問いに答えよ。ここで a, b は定数とする。

$$\int_a^x f(y)dy - x^2 - 6x + b = \int_0^a (x^3 + x^2 y) f(y) dy$$

問 1 $a = 1$ とするとき，$\displaystyle\int_0^a f(y)dy$, $\displaystyle\int_0^a y f(y) dy$ の値，および b を求めよ。

問 2 $b = 0$ とするとき，$f(x)$ と a を求めよ。

問 3 $f(x)$ と b がただ 1 組存在するような，a^3 の条件を求めよ。

[**III**] xy 平面上に 2 点 O$(0,0)$, A$(a,1)$ をとり,

$$\mathrm{OP} - \mathrm{AP} = 1$$

を満たす点 P(x,y) の描く軌跡を H_a とする。ただし，a は正の数であり，OP, AP はそれぞれ線分の長さを表す。

問 1 曲線 H_a の方程式を y について解いた形に表し，x の変域 (点 P$(x,\, y)$ が H_a 上を動くとき，x の取り得る値の範囲) を求めよ。

問 2 問 1 で求めた H_a の方程式において，$t = \dfrac{a}{x}$ とおき，y を t と x を用いて表せ。

問 3 a が正の数全体を動くとき，H_a が通過する領域を求め，xy 平面に図示せよ。

計算用紙（切り離さないこと）

計算用紙（切り離さないこと）