

平成23年度入学試験問題(前期)

数 学

注 意

1. 合図があるまで表紙をあけないこと。
2. 問題右頁とその裏は計算に使用する。
3. 受験票は机に出しておくこと。

数 学 (前 期)

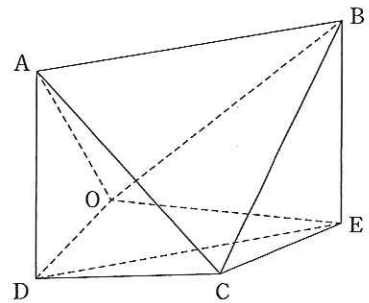
[1] $f(x) = -x^3 - 3x + 10$ とおき、点 $P(t, f(t))$ における曲線 $y = f(x)$ の接線を l とする。

- (1) 直線 l と x 軸の交点および l と y 軸の交点の座標を求めよ。
- (2) 正の数 t が動くとき、 l , x 軸, y 軸の 3 直線で囲まれる三角形の面積 $S(t)$ の最小値を求めよ。

[2] 半径 1 の円に内接している四角形 $ABCD$ において、 A, B, C, D は反時計回りに並んでいて、 $\angle A = \angle D = 120^\circ$ である。
 $AD = a$ とおく。

- (1) 対角線 BD, AC の長さは a によらず一定であることを示し、それらの長さを求めよ。
- (2) $\triangle ACD$ と $\triangle DBA$ は合同であることを示せ。
- (3) 辺 BC の長さを a を用いて表せ。

[3] 原点を $O(0, 0, 0)$ とする空間に O と 5 点 $A(\sqrt{2}, 0, 1), B(0, \sqrt{2}, 1), C(1, 1, 0), D(\sqrt{2}, 0, 0), E(0, \sqrt{2}, 0)$ を頂点とする右図のような立体 K がある。



- (1) 四角形 $ADEB$ は長方形であることを示せ。
- (2) 四角形 $ADEB$ を含む平面と直線 OC は直交することを示せ。
- (3) 立体 K の体積, 四面体 $AODC$ の体積, 四面体 $OABC$ の体積をそれぞれ求めよ。

[4] (1) a を定数として、定積分 $\int_0^a (t+1)e^t dt$ を計算せよ。

(2) すべての負でない整数 k に対して、 $\int_k^{k+1} e^t dt = Ae^k, \int_k^{k+1} (t+1)e^t dt = Be^k + Cke^k$ が成り立つような、 k によらない定数 A, B, C を求めよ。

(3) n を自然数とする。級数 $\sum_{k=0}^n e^k, \sum_{k=0}^n ke^k$ のそれぞれの値を n を用いて表せ。

[5] 箱が A, B の 2 つあって、始めにそれぞれに白札が 1 枚と赤札が 1 枚入っている。また、操作 S とは次の操作を意味するものとする。

操作 S : 両方の箱をよくかき混ぜてから、札を 1 枚ずつ取り出して、
それらの札を取り出した箱とは異なる方の箱に入れる。

したがって、各箱の札の数は操作 S の前後で変わらず 2 枚である。また自然数 n に対して、始めの状態から操作 S を次々に n 回行なった後に箱 A にある白札の枚数が 1 である確率を p_n とする。

- (1) p_1 を求めよ。
- (2) p_{n+1} を p_n を用いて表す漸化式を求めよ。
- (3) $\lim_{n \rightarrow \infty} p_n$ を求めよ。

数 学 (前 期)

(その1)

受験 番号		氏 名	
----------	--	--------	--

下の線より上には解答を記入しないこと

[1]

数 学 (前 期)

(その2)

受験 番号		氏 名	
----------	--	--------	--

下の線より上には解答を記入しないこと

[2]

数 学 (前 期)

(その3)

受験 番号		氏 名	
----------	--	--------	--

下の線より上には解答を記入しないこと

[3]

数 学 (前 期)

(その4)

受験
番号

氏
名

下の線より上には解答を記入しないこと

[4]

数 学 (前 期)

(その5)

受験 番号		氏 名	
----------	--	--------	--

受 験 番 号

数 学 (前 期)

下の線より上には解答を記入しないこと

[5]

1	
2	
3	
4	
5	
計	